

Eine makroskopische Klimadynamik und ihre diagnostische
sowie prognostische Anwendung auf globale
Temperaturvariationen

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Naturwissenschaften

vorgelegt beim Fachbereich Geowissenschaften
der Johann Wolfgang Goethe–Universität
in Frankfurt am Main

von
Jürgen Grieser
aus Frankfurt am Main

Frankfurt 1996

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	4
1 Einleitung	6
2 Vorbetrachtungen	9
2.1 Rein statistische Ansätze	9
2.2 Anwendung statistischer Ansätze zur Erklärung der globalen Mitteltemperatur	13
2.3 Unzulänglichkeit eines einfachen physikalisch motivierten Ansatzes	15
3 Grundlagen zur Modellbildung	17
3.1 Allgemeine Aspekte	17
3.1.1 Drei Arten von Systemen	17
3.1.2 Klimadynamik	20
3.1.3 Makroskopische Beschreibbarkeit	21
3.1.4 Einige Grundbausteine von Bilanzmodellen	25
3.2 Energie-Bilanz-Modelle (EBM)	29
3.2.1 Linearisierung und die Berücksichtigung von Rückkopplungen	29
3.2.2 Strahlungstemperaturmodelle	33
3.2.3 Oberflächentemperaturmodelle	38
3.2.4 Box-Modelle	42
3.3 Wertung	48
4 Spezielle Energie-Bilanz-Modelle und Lösungen	49
4.1 Das 3-Boxen-Modell	49
4.1.1 Einführung	49
4.1.2 2-Boxen-Approximation	50
4.1.3 Bestimmung der Klimasensitivität	51
4.1.4 Anpassung an ein GCM durch ein Einschaltexperiment	53

4.1.5	Vergleich von 2-Boxen-Approximation und 3-Boxen-Modell . . .	55
4.1.6	Sukzessiv-analytische Lösung zur Verarbeitung von Antriebszeitreihen	57
4.2	5-Boxen-Modell	60
4.2.1	Einführung	60
4.2.2	3-Boxen-Approximation	62
4.2.3	Kalibrierung	62
4.2.4	Sukzessiv-analytische Lösung	63
4.3	Mögliche Erweiterungen	64
5	Externe Modellantriebe	66
5.1	Einleitung	66
5.2	Solarer Einfluß	67
5.3	Vulkanischer Einfluß	69
5.3.1	Stratosphärische Aerosolausbreitungsroutine	70
5.3.2	Strahlungsübertragungsroutine	73
5.3.3	Parameterkombination und Kalibrierung	75
5.3.4	Vergleich mit anderen Parametrisierungen	77
5.4	Anthropogener Treibhausgaseinfluß	79
5.5	Anthropogener troposphärischer Sulfateinfluß	83
5.6	Vergleich der verschiedenen externen Antriebe	86
6	Signalanalyse und Prognose	88
6.1	Analyse der globalen Mitteltemperatur	88
6.1.1	Die globale Mitteltemperatur	88
6.1.2	Wirkung der externen Antriebe	91
6.1.3	Klimarauschen	92
6.1.4	Signifikanz des anthropogenen Einflusses	97
6.1.5	Prognose des anthropogenen Einflusses	101
6.1.6	Verzögerungszeit der Wirkung des anthropogenen Einflusses . . .	102
6.1.7	Statistische Verifikation	103
6.2	Analyse der hemisphärischen Mitteltemperaturen	108
6.2.1	Die hemisphärischen Mitteltemperaturen	108
6.2.2	Wirkung der externen Antriebe	108
6.2.3	Klimarauschen	110
6.2.4	Signifikanz des anthropogenen Einflusses	116
6.2.5	Prognose des anthropogenen Einflusses	118

7 Ausblick	121
Literaturverzeichnis	122
A Ein bistabiles Modell mit additivem weißen Rauschen	133
B Einschaltexperimentlösung der 2-Boxen-Approximation	136
C Quasistationäre Lösung des Diffusionsozeans	141
D Die Klimagleichung als ARMA-Prozeß	143
D.1 Stationarität und Resonanzfreiheit der 2-Boxen-Approximation	143
D.2 Autokovarianz- und Autokorrelationsfunktion	144
E Koeffizienten des 5-Boxen-Modells	146

Zusammenfassung

Basierend auf der Feststellung, daß selbst die aufwendigsten zur Zeit verfügbaren Klimamodelle (das sind gekoppelte atmosphärisch-ozeanische Zirkulationsmodelle, AOGCM) nicht in der Lage sind, alle bekannten externen Antriebe und internen Wechselwirkungen des Klimas simultan zu erfassen, werden zunächst die Stärken und Schwächen von rein statistischen Ansätzen zur Analyse von Zusammenhängen zwischen beobachteten Zeitreihen diskutiert. Speziell geht es dabei um die Frage, welche natürlichen und anthropogenen Antriebe in welchem Ausmaß zu den beobachteten Variationen der globalen Mitteltemperatur beigetragen haben (Signaltrennung). Es wird gezeigt, daß ein einfacher physikalisch motivierter Ansatz, der einige Schwächen der rein statistischen Ansätze vermeidet, nicht zum Ziel der Signaltrennung führt. Damit ergibt sich die Notwendigkeit, sich eingehender mit den Eigenschaften des globalen Klimasystems zu beschäftigen. So stellt sich die Frage, unter welchen Bedingungen das Klima überhaupt vorhersagbar ist.

Aufgrund dieser Überlegungen erscheint es möglich, das globale Klima, repräsentiert durch die globale Mitteltemperatur, mit Hilfe von Energie-Bilanz-Modellen (EBM) zu beschreiben. Es folgt, daß ein 3-Boxen-EBM (Atmosphäre, ozeanische Mischungsschicht und tieferer Ozean) ausreicht, um den Verlauf der globalen bodennahen Mitteltemperatur zu untersuchen. Um das Problem einer Überanpassung zu vermeiden, wird das Modell am hemisphärisch gemittelten Jahresgang von Temperatur und Ausstrahlung, am Verlauf der bodennahen Mitteltemperatur eines Zirkulationsmodells im Einschaltexperiment, sowie im Vergleich zu paläoklimatologischen Daten kalibriert. Es wird eine Lösung dieses Modells abgeleitet, die als rekursiver Filter zur Zeitreihenanalyse verwendet werden kann. Um auch den hemisphärischen Temperaturverlauf untersuchen zu können, wird das 3-Boxen-Modell auf fünf Boxen erweitert (hemisphärische Atmosphären- und ozeanische Mischungsschicht-Boxen sowie ein globaler tieferer Ozean). Auch dieses Modell wird im wesentlichen an den Jahresgängen der Temperatur kalibriert und eine Lösung in Form eines rekursiven Filters abgeleitet. Von besonderer Bedeutung ist dabei, daß die so abgeleiteten Filter weder in ihrer Struktur, noch in ihren Parameterwerten aus einer Anpassung an die zu untersuchenden Zeitreihen stammen.

Bevor die beobachteten Temperaturzeitreihen für den Zeitraum von 1866 bis 1994 mit den zwei Modellversionen rekonstruiert werden können, müssen die berücksichtigten externen Antriebe in Form von Heizratenanomalien vorliegen. Es werden zwei natürliche (solare Schwankungen und explosive Vulkanaktivität) und zwei anthropogene externe Antriebe (Treibhausgas- und Schwefeldioxidemissionen, die zur Bildung von anthropogenem troposphärischen Sulfat führen) untersucht. Die Heizratenanomalien der solaren Schwankungen folgen aus Satellitenmessungen und einer Extrapolation mit Hilfe von

Sonnenflecken-Relativzahlen. Für den Einfluß des Vulkanismus wurde eine Parametrisierung erstellt, die sowohl die Ausbreitung von stratosphärischem Vulkanaerosol als auch dessen Einfluß auf den Strahlungshaushalt berücksichtigt. Zur Beschreibung des anthropogenen Zusatztreibhauseffekts wurde auf Ergebnisse von Strahlungs-Konvektions-Modellen (RCM) zurückgegriffen. Der Einfluß des anthropogenen troposphärischen Sulfats wurde entsprechend dem ungenauen Kenntnisstand nur grob parametrisiert.

Mit den Modellen lassen sich zu jedem Antrieb Zeitreihen der globalen und hemisphärischen Temperaturanomalien berechnen. Die beobachteten ENSO-korrigierten Temperaturanomalien lassen sich (außer im Fall der Nordhemisphäre) sehr gut als Summe dieser Antriebe und Zufallsrauschen ausdrücken. Dabei hat das Zufallsrauschen mit dem Modell verträgliche Eigenschaften und kann somit als internes Klimarauschen interpretiert werden. Es ist demnach möglich, zusätzlich zur Signaltrennung zu testen, ob sich die Temperaturzeitreihen ohne die anthropogenen Antriebe signifikant anders verhalten hätten. Der Unterschied ist auf der Südhemisphäre und global mit 99 % signifikant, auf der Nordhemisphäre mit 95 %. Das bedeutet, daß der Mensch das Klima mit hoher Wahrscheinlichkeit beeinflusst. Auf der Basis von Szenarien wird außerdem der anthropogene Einfluß auf das Klima der nächsten Dekaden prognostiziert. In diesem Zusammenhang stellt sich die Frage, wie groß die Zeitverzögerung zwischen anthropogenen Antrieben und deren Wirkung auf das Klima ist. Auch dieser Frage wird nachgegangen und es ergibt sich, daß diese Verzögerung zur Zeit bei etwa zehn Jahren liegt. Da die Verzögerungszeit aber keine Eigenschaft des Klimasystems ist (wie etwa eine Trägheits- oder Mischungszeit), sondern von der zeitlichen Struktur des Antriebs abhängt, ist sie keine Konstante und kann somit nur eingeschränkt für Prognosen verwendet werden. Andererseits erlaubt die Kenntnis der Verzögerungszeit eine statistische Verifikation mit Hilfe eines multiplen Regressionsmodells. Diese unterstützt die Prognosen des EBM.

Kapitel 1

Einleitung

Die Zunahme der Weltbevölkerung und vor allem die Industrialisierung haben dazu geführt, daß der Mensch immer stärker in sein natürliches Umfeld eingreift. Solche Eingriffe, die im allgemeinen eine Erhöhung der Lebensqualität bewirken sollen, können außer der direkt beabsichtigten Wirkung auch weitere zum Teil unüberschaubare Folgen haben. So kann zum Beispiel die Abholzung eines Gebirgswaldes, mit der Absicht dort eine Skipiste anzulegen, dazu führen, daß der Hang abrutscht und ein ganzes Tal verwüstet. Außer solchen lokalen Katastrophen sind auch solche von globalem Ausmaß denkbar. So wurde in den letzten Jahren in den Massenmedien immer wieder die Gefahr einer drohenden vom Menschen verursachten "Klimakatastrophe" diskutiert. Dabei ist zunächst festzustellen, daß der Begriff "Klimakatastrophe" zwar populistisch, nicht aber wissenschaftlich ist. Man wird ihn in keinem seriösen Lehrbuch der Klimatologie finden.

Das Klima der Erde ist hochgradig variabel in Raum und Zeit. Um es zu charakterisieren, kann man zahlreiche Klimavariablen verwenden. Im allgemeinen sind das die räumlichen und zeitlichen Mittelwerte von Temperatur, Niederschlag und anderen meteorologischen Meßgrößen, aber auch deren mittlere Jahrgänge. Der zeitliche Verlauf der Werte dieser Variablen wird von zahlreichen Ursachen bestimmt. Einerseits ist eine Vielzahl von systeminternen Prozessen am Klimageschehen beteiligt, andererseits unterliegt das Klima äußeren Antrieben, z.B. durch Änderungen der Erdbahnparameter oder Schwankungen der Solarkonstante oder Vulkanausbrüchen. Zu diesen natürlichen äußeren Antrieben sind in zunehmendem Maße anthropogene Antriebe hinzugekommen. Dies sind z.B. großflächige Waldrodungen und die Emissionen anthropogener Treibhausgase in die Atmosphäre, die den natürlichen Treibhauseffekt verstärken. Die Klimatologie steht nun vor der Frage, ob diese anthropogenen Einflüsse stark genug sind, um das globale Klima signifikant zu verändern. Solche Veränderungen müssen allerdings grundsätzlich vor dem Hintergrund der natürlichen Klimavariabilität gesehen werden. Einen umfangreichen Überblick über den Stand der Forschung zu diesem Problemkreis geben die im Auftrag der Vereinten Nationen entstandenen Berichte des Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC, 1990 und 1996).

Bei der Erforschung des Klimas tritt das Problem auf, daß es nicht möglich ist, das Klimasystem verschiedenen Experimenten zu unterziehen. Um Informationen über das System zu erhalten, müssen daher andere Wege gegangen werden. Zwei Möglichkeiten stehen dabei zur Verfügung. Einerseits kann man versuchen, die wesentlichen Prozesse

des Klimasystems zu erfassen, zu verstehen und zu einem Modell des Klimas zusammenzufügen. Die Alternative dazu stellt die statistische Auswertung von Beobachtungsdaten dar. Gelingt es, diese vernünftig zu interpretieren, so besteht die Möglichkeit, aus den daraus gewonnenen Informationen den möglichen anthropogenen Einfluß abzuschätzen. Beide Ansätze haben ihre Stärken und Schwächen, die hier kurz angesprochen werden sollen.

Um ein Modell des Klimasystems zu erstellen, zerlegt man es zunächst in Subsysteme, die separat leichter zu erforschen sind. Üblich ist dabei die Unterteilung in Atmosphäre, Hydrosphäre, Kryosphäre, Pedosphäre und Biosphäre. Die ersten vier dieser Subsysteme sind im Prinzip einer physikalisch-chemischen Beschreibung zugänglich. Die Biosphäre ist wesentlich schwieriger zu überblicken, und es ist kaum vorstellbar, daß in absehbarer Zukunft ein detailliertes Modell der globalen Biosphäre zur Verfügung steht. Andererseits hat die Biosphäre einen wesentlichen Einfluß auf das gesamte Klimageschehen. Sie ist wesentlich am Wasserkreislauf beteiligt und beeinflusst den Strahlungshaushalt der Erde. Auch wenn man nun alle Subsysteme einzeln verstehen würde, stünde man dennoch vor dem Problem, die Wechselwirkungen zwischen diesen erfassen zu müssen. Diesen Schwierigkeiten zum Trotz wird seit Jahrzehnten an solchen gekoppelten Klimamodellen gearbeitet. Die Grundlage stellen dabei sogenannte atmosphärische Zirkulationsmodelle dar (atmospheric general circulation model = AGCM), wie sie auch von den Wetterdiensten zur Wettervorhersage genutzt werden. Diese werden entsprechend der veränderten Fragestellung modifiziert und an ozeanische Zirkulationsmodelle und Polareismodelle gekoppelt. Solche gekoppelten Modelle sind sehr aufwendig, obwohl sie chemische und biologische Prozesse noch weitgehend unberücksichtigt lassen. Am Hamburger Max-Planck-Institut für Meteorologie wird in Zusammenarbeit mit dem dortigen Deutschen Klimarechenzentrum (DKRZ) ein solches Modell betrieben (Cubasch et al., 1990). Um den nötigen Aufwand zu verdeutlichen, sei hier erwähnt, daß die dortige Rechenanlage mit einer Geschwindigkeit von fast 20 Giga-FLOPS arbeitet (1 Giga FLOPS = eine Milliarde Fließpunktoperationen pro Sekunde) und für eine einhundertjährige Klimaprognose dennoch mehrere Monate Rechenzeit benötigt. Diese Modelle sind demnach ein sehr unhandliches und unübersichtliches Werkzeug, dessen Weiterentwicklung zunehmend aufwendiger wird.

Demgegenüber stehen die statistischen Methoden der Datenanalyse. Mit Hilfe solcher Methoden versucht man, aus Beobachtungsdaten (Neoklimatologie) und paläontologischen Daten (Paläoklimatologie) Aufschlüsse über natürliche und mögliche anthropogene Klimaschwankungen zu erhalten. Da solche Ansätze wesentlich weniger aufwendig sind als die gekoppelten Zirkulationsmodelle, erlauben sie, Klimavariationen simultan mit verschiedenen Antrieben in Verbindung zu bringen (dies ist mit GCM's bisher nicht möglich). Der Nachteil dieser Ansätze liegt aber darin, daß sie keine ursächlichen Zusammenhänge physikalisch berücksichtigen können. Somit besteht immer die Gefahr, daß Ergebnisse durch zufällige Ähnlichkeiten beeinträchtigt werden. Dies ist das Problem der Überanpassung (Overfitting). Ein weiteres Problem statistischer Vorgehensweisen zur Analyse von Zusammenhängen zwischen Zeitreihen besteht darin, daß nur zeitliche Strukturen, die wesentlich kürzer sind als die Zeitreihen selbst, signifikant erfaßt werden können. Angesichts dieser Probleme bietet sich ein alternativer Weg der Datenanalyse an.

Die Grundlage dieser Alternative ist die Annahme, daß sich die globalen Klimavariatio-

nen durch eine einfache, physikalisch plausible Dynamik darstellen lassen. Die offenen Parameter einer solchen Dynamik können aus physikalischen Vorgaben, oder durch Anpassung an in der Natur beobachtete Phänomene (z.B. den Jahresgang der Temperatur), geschlossen werden. Dadurch tritt das Problem des “Overfittings“ nicht auf. Die Qualität eines solchen a priori plausiblen Ansatzes kann a posteriori nur dadurch verifiziert werden, daß es damit möglich ist, die Realität zu beschreiben.

Es ist das Ziel dieser Arbeit, einen solchen Ansatz zu finden, zu kalibrieren und eine für die Datenanalyse brauchbare Lösung anzugeben. Damit soll eine Datenanalyse in Form einer Signaltrennung (Erkennen von natürlichen und anthropogenen Anteilen an der zeitlichen Entwicklung) und eine Prognose des anthropogenen Einflusses durchgeführt werden.

Kapitel 2

Vorbetrachtungen

In diesem Kapitel werden zunächst statistische Ad-hoc-Ansätze zur Analyse von Zeitreihen vorgestellt und deren Stärken und Schwächen diskutiert. Dem wird ein einfacher physikalisch motivierter Ansatz gegenübergestellt. Daraus folgen dann erste Erkenntnisse, die den weiteren Weg weisen. Es wird bei beiden Arten von Ansätzen von der gemessenen Zeitreihe einer beliebigen Systemvariablen ausgegangen, die als Wirkung W einer oder mehrerer Ursachen U interpretiert wird.

2.1 Rein statistische Ansätze

Um Zusammenhänge in der Natur zu finden, werden oft gemessene Zeitreihen durch rein statistische Ansätze miteinander in Verbindung gebracht. Der grundlegende Nachteil rein statistischer Verfahren ist, daß man zunächst einen Zusammenhang zwischen Ursache U und Wirkung W annehmen muß, um dann die freien Parameter so anzupassen, daß ein möglichst großer Anteil der beobachteten Varianz erklärt wird. Ist diese erklärte Varianz deutlich überzufällig (was man mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen testen kann), so ist dies ein Hinweis auf einen möglichen Zusammenhang der angenommenen Art.

In der Praxis sind Meßreihen immer mehr oder weniger stark verrauscht. Dies beruht einerseits auf dem Meßprozeß selbst, andererseits aber auch darauf, daß außer den n explizit betrachteten Ursachen U_i (mit $i = 1$ bis n) weitere nicht erfaßte Ursachen mit geringen Amplituden einen Einfluß haben können. Nach dem zentralen Grenzwertsatz der Statistik führt die Überlagerung von zahlreichen beliebig verteilten Einflußgrößen zu einem Gaußschen weißen Rauschen (s. z.B. Bosch, 1987). Dieses Kenntnis kann nun genutzt werden, um den vermuteten Zusammenhang zwischen U und W zu verifizieren. Dieser postulierte Zusammenhang beschreibt einen Anteil der Varianz von W . Der nicht durch U erklärte Anteil (das Residuum) muß nun zur Verifikation des angenommenen Zusammenhangs in anderer Weise erklärbar sein. Dies ist dann der Fall, wenn die statistischen Eigenschaften des Residuums (Verteilung, Autokorrelation) als Wirkung von Gaußschem weißen Rauschen auf den Zusammenhang ausgedrückt werden können. Gelingt dies nicht, so ist entweder der postulierte Zusammenhang nicht ausreichend gut oder es wurden nicht alle wichtigen Ursachen explizit betrachtet.

Es werden nun zunächst einige mögliche Ansätze diskutiert, eine Wirkung W aus n a-priori angenommenen expliziten Ursachen U_i (mit $i = 1$ bis n) und vielen zu Gaußschem weißen Rauschen η überlagerten impliziten Ursachen zu begründen. Dabei kann man einerseits zwischen linearen und nichtlinearen und andererseits zwischen trägheitsfreien und trägheitsbehafteten Modellen unterscheiden. Die sich daraus ergebenden verschiedenen Möglichkeiten werden im folgenden besprochen und sind in Tabelle 2.1 zusammengefaßt.

a) Trägheitsfreie Modelle:

Bei trägheitsfreien Modellen ist die Wirkung eine direkte und sofortige Funktion der Ursache; das bedeutet insbesondere, daß das System keine Autokorrelation produziert. Solche Modelle sind deshalb nur dann eine gute Näherung an die Realität, wenn die Trägheit des betrachteten Systems sehr klein ist. Um doch eine Verzögerung zwischen Ursache und Wirkung nähern zu können, kann man Verzögerungszeiten τ_v einführen und somit die Wirkung $W(t)$ zur Zeit t in Zusammenhang mit der Ursache $U(t - \tau_v)$ zur Zeit $t - \tau_v$ bringen. Eine Kreuzkorrelation gibt meist Aufschluß darüber, welche Zeitverschiebung die beste Übereinstimmung liefert. Dies kann aber nur eine grobe Näherung sein, da die Verzögerungszeit von der zeitlichen Struktur der Ursache abhängt, diese sich aber selbst wieder zeitlich ändern kann. In diesem Fall ist die Zeitverschiebung keine Konstante. Auf diesen Punkt wird in den Abschnitten 6.1.6 und 6.1.7 näher eingegangen. Hier sollen zunächst nur allgemeine grundlegende Ansätze betrachtet werden. Dazu gehört die Unterscheidung zwischen linearen und nichtlinearen trägheitsfreien Modellen.

Lineare trägheitsfreie Modelle stellen den einfachsten Zusammenhang zwischen Ursachen und Wirkung dar. Die Wirkung wird in diesem Fall als Linearkombination aus den explizit betrachteten Ursachen U_i (mit den Koeffizienten b_i) und einem Gaußschen weißen Rauschen η mit der Standardabweichung σ aufgefaßt:

$$W = b_0 + \sum_i b_i U_i + \sigma \eta. \quad (2.1)$$

Kriterien für die Qualität eines solchen Ansatzes sind die Höhe der durch die U_i erklärten Varianz und die statistischen Eigenschaften des Residuums aus der gemessenen Wirkung W_{gem} und der aufgrund der explizit angenommenen Ursachen berechneten Wirkung $b_0 + \sum_i b_i U_i$. Die Verteilung des Residuums darf sich nicht signifikant von einer Gaußverteilung unterscheiden und die Autokorrelation darf für Zeitverschiebungen ungleich null nicht signifikant von null abweichen, da das Modell trägheitsfrei ist.

Von den zahlreichen Möglichkeiten **nichtlinearer Ansätze für trägheitsfreie Modelle** sollen hier nur wenige kurz angesprochen werden. Wir beschränken uns der Einfachheit halber auf eine explizite Ursache U und können dann für die Wirkung W vereinfacht schreiben:

$$W_{nl} = f_{nl}(U) + f_{nl}(\sigma \eta), \quad (2.2)$$

wobei der Index nl für nichtlinear steht. η stellt wieder ein Gaußsches weißes Rauschen mit der Standardabweichung σ dar. Im allgemeinen wählt man einen beliebigen Ansatz für die Funktion $f_{nl}(U)$. Die Verteilung des Residuums $W_{gem} - f_{nl}(U)$

darf in diesem Fall (um konsistent zu bleiben) nicht von $f_{nl}(z_\sigma)$ abweichen, wenn z_σ eine Gaußverteilung mit der Standardabweichung σ ist. Die Autokorrelationsfunktion des Residuums darf für Zeitverschiebungen ungleich null nicht signifikant sein. Im folgenden sind einige Beispiele angesprochen. Eine einfache Erweiterung des linearen Ansatzes stellt der polynomiale Ansatz dar:

$$f_{nl}(U) = b_0 + b_1U + b_2U^2 + \dots \quad (2.3)$$

Man kann einen solchen Ansatz schrittweise verfolgen, um zu sehen, ob pro zusätzlich verwendetem Term deutlich mehr Varianz erklärt wird. Unter der Annahme, daß mehrere Einflußgrößen von Bedeutung sind, enthält Glg. (2.3) auch Wechselwirkungsterme (z.B. $U_1 * U_2$). Somit erhält man mit diesem Ansatz Anhaltspunkte dafür, ob und (wenn ja) welche Wechselwirkungen zwischen den Ursachen von Bedeutung sein können. Ein weiterer Ansatz ist

$$f_{nl}(U) = a + bU^c \quad (2.4)$$

Bei diesem Ansatz gibt der Exponent c Auskunft darüber, ob die Abhängigkeit stärker ($c > 1$) oder schwächer ($c < 1$) als linear ist. Dies erlaubt Aufschluß über die Rückkopplungen im System. Dabei ist zu beachten, daß U so skaliert werden muß, daß keine Vorzeichenwechsel in der Zeitreihe von U auftreten.

Ein recht neues Verfahren zur Untersuchung nichtlinearer Zusammenhänge stellen neuronale Netze dar, bei deren Verwendung kein funktionaler Zusammenhang vorgegeben wird. Der Zusammenhang wird vielmehr von dem Netz durch Überlagerung von sigmoiden Funktionen optimiert. Das bedeutet einerseits den Vorteil optimaler Anpassungsfähigkeit und stellt somit eine Obergrenze des durch nichtlineare Zusammenhänge Erklärbaren dar. Dabei tritt das Problem der Überanpassung sehr massiv auf. Andererseits ist dieses Verfahren aber auch wenig durchschaubar und damit schwer interpretierbar. Zu den Vor- und Nachteilen dieses Verfahrens siehe z.B. Smith (1993).

b) Trägheitsbehaftete Modelle

Im Gegensatz zu den trägheitsfreien Modellen wird bei den trägheitsbehafteten Modellen die Wirkung durch die Trägheit gedämpft und verzögert. Das bedeutet, die Wirkung zur Zeit t hängt nicht nur von den Ursachen zur Zeit t , sondern auch von den Ursachen zu den Zeiten $t - \tau$ (mit $\tau \in \mathcal{R}^+$) ab. Eine solche Modellvorstellung produziert Autokorrelation, d.h., bei der Residuenanalyse ist darauf zu achten, daß die Autokorrelation des Residuums durch das Modell erklärbar sein muß.

Lineare trägheitsbehaftete Modelle können als Realisation einer beliebigen linearen Differentialgleichung

$$f(D)W = g(D)\eta + g(D)U \quad (2.5)$$

angesehen werden. Wobei $f(D)$ und $g(D)$ beliebige Polynome des Differentialoperators $D = \frac{d}{dt}$ sind.

Die Trägheit, die im Differentialgleichungsformalismus durch die zeitliche Änderung der Wirkung ausgedrückt wird, kann andererseits im Sinne stochastischer

Prozesse durch Verschiebeoperatoren dargestellt werden (s. z.B. Box und Jenkins, 1976). Der Zustand zum Zeitpunkt n hängt dann nicht nur von den Antrieben zur Zeit n ab, sondern auch vom Zustand und den Antrieben zu früheren Zeiten $n - \nu$ mit $\nu = 1$ bis ν_{max} .

Man kann deshalb jeder Differentialgleichung vom Typ (2.5) einen sog. Autoregressive-Moving-Average-Prozeß (*ARMA*) zuordnen, dem die explizit betrachteten Antriebe *EX* überlagert sind:

$$\begin{aligned} W_n &= a_0 + \sum_{\nu=1}^{\infty} a_{\nu} W_{n-\nu} + \sum_{\nu=0}^{\infty} b_{\nu} \sigma \eta_{n-\nu} + \sum_{\nu=0}^{\infty} b_{\nu} U_{n-\nu} \\ &= \quad \quad \quad \text{AR} \quad \quad + \quad \quad \text{MA} \quad \quad + \quad \quad \text{EX} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Ein solcher Prozeß ist nur dann konsistent, wenn die Struktur der Terme, die Gaußsches weißes Rauschen beinhalten, gleich der Struktur der Terme ist, die die Ursache U enthalten. Das wird sehr oft (z.B. in der Arbeit von Visser und Molenaar, 1995) nicht beachtet. Die Güte der Anpassung eines solchen Prozesses erkennt man daran, daß das Residuum aus Ursachen-Termen und gemessener Wirkung Gaußverteilt sein muß (da das Modell linear ist). Zusätzlich muß die Autokorrelation des Residuums durch den Prozeß mit den Termen, die den Rauschantrieb enthalten, erklärt werden können. In der Praxis wird man die Abhängigkeit $W_n(W_{n-\nu}, U_{n-\nu})$ z.B. durch die Methode der kleinsten Quadrate optimieren und dann testen, ob $\sum_{\nu=0}^{\infty} b_{\nu} \sigma \eta_{n-\nu}$ das Residuum erklären kann. Nur durch den zweiten Schritt bleibt die Konsistenz gewahrt.

Nichtlineare trägheitsbehaftete Modelle sind Gegenstand aktueller Forschung in Mathematik und theoretischer Physik (s. z.B. Arrowsmith und Place, 1994) und können somit hier nur kurz und unvollständig angesprochen werden. Wegen ihrer großen Bedeutung dürfen sie jedoch keinesfalls unerwähnt bleiben. Sie sind immer dann wichtig, wenn man offene Systeme mit Entropieexport betrachtet (näheres dazu in Kap. 3). Solche Systeme können eine Eigendynamik haben, die dann durch externe Einflüsse gestört wird. Folgendes Beispiel soll dies verdeutlichen:

$$W_n = r(W_{n-1} - W_{n-1}^2) * U_n. \quad (2.7)$$

Die Dynamik dieses Systems kann selbst bei Vernachlässigung von externen Ursachen U_n für bestimmte Werte von r sehr komplex werden (Feigenbaumszenario) (Feigenbaum, 1978). Es ist deshalb sehr gewagt, solche Zusammenhänge zwischen Ursache und Wirkung a priori anzusetzen. Hier muß man entweder auf physikalisch fundierte Ansätze zurückgreifen (falls man die Physik des Problems gut genug versteht) oder ansatzfrei nach Zusammenhängen suchen. Dazu kann man z.B. wieder auf neuronale Netze zurückgreifen, indem man die Ursache und die Wirkung unter verschiedenen Zeitverschiebungen berücksichtigt. In den letzten Jahren wurden noch zahlreiche weitere Verfahren zur Analyse nichtlinearer Zusammenhänge entwickelt (z.B. Untersuchung des Delay-Koordinatenraums, Suche nach Attraktoren; s. z.B. Ebeling et al., 1990), die hier aber nicht diskutiert werden, da sie im Rahmen dieser Arbeit von untergeordneter Bedeutung sind. Um solche Verfahren in der Praxis statistisch einigermaßen signifikant durchführen zu können, braucht man allerdings schon sehr lange Zeitreihen, die in der Klimatologie oft nicht zur Verfügung stehen. Es ist bei all diesen Verfahren zu beachten, daß

die Autokorrelationsfunktion des Residuums sich nicht signifikant von der Autokorrelationsfunktion des nichtlinearen Zusammenhangs angewandt auf Gaußsches weißes Rauschen unterscheiden darf.

Tabelle 2.1: Verschiedene Ansätze zeitreihenanalytischer Modelle für eine Zielgröße $W(t)$ in Abhängigkeit einer Einflußgröße $U(t)$ und daraus folgende Bedingungen für die Residuen, die aus Gaußschen weißen Antrieben $\eta(t)$ folgen. Weitere Erläuterungen im Text.

unterstellte Modell Eigenschaft	Modellansatz und Residuumseigenschaften
trägeitsfrei linear	$W(t) = W_0 + a_1 U(t) + a_1 \eta(t)$ Gaußverteilt und weiß
trägeitsfrei nichtlinear	$W(t) = W_0 + f(U(t)) + f(\eta(t))$ weiß
träge linear	$W(t) = W_0 + \sum_{n=0}^N b_n W(t-n) + \sum_{n=0}^N a_n U(t-n) + \sum_{n=0}^N a_n \eta(t-n)$ Gaußverteilt
träge nichtlinear	$W(t) = W_0 + f(W(t), W(t-1), \dots; U(t), U(t-1), \dots; \eta(t), \dots)$ keine allgemeinen Bedingungen

Für die weitere Betrachtung ist es noch wichtig, mehrdimensionale Modelle zu erwähnen. Im einfachsten Fall wirken die Ursachen auf mehrere Systemvariablen W_i , während die gemessene zu erklärende Größe W selbst wieder eine Funktion dieser Systemvariablen ist. Ein linearer statistischer Ansatz, der dies berücksichtigt, ist das sog. Kalman-Filter (s. z.B. Honerkamp, 1990). In Kap. 4 werden mehrdimensionale physikalische Ansätze vorgestellt.

2.2 Anwendung statistischer Ansätze zur Erklärung der globalen Mitteltemperatur

Es werden nun einfache statistische Methoden auf den Verlauf der globalen Mitteltemperatur angewendet. Dem wird danach ein einfacher physikalisch motivierter Ansatz gegenübergestellt.

Als explizite Einflußgrößen für den Verlauf der global und jährlich gemittelten bodennahen Lufttemperatur von 1866 bis 1994 (Jones et al., 1994, update) werden a priori folgende Parameter-Zeitreihen verwendet:

1. Die Sonnenfleckenrelativzahl SRZ von Hoyt und Eddy (1982) (aktualisiert mit Hilfe entsprechender Daten, wie sie in der Zeitschrift "Wetter und Leben" regelmäßig veröffentlicht werden).
2. Den Logarithmus der atmosphärischen CO_2 -Äquivalentkonzentration. Die logarithmische Abhängigkeit wird durch Strahlungskonvektionsrechnungen von Augustsson und Ramanathan (1977) nahegelegt. Die CO_2 -Äquivalentkonzentration

berücksichtigt den Einfluß aller anthropogenen Treibhausgase, die in CO_2 -Äquivalente umgerechnet wurden (s. z.B. IPCC, 1990). Man beachte, daß hier schon physikalische Kenntnis eingeflossen ist. Der zeitliche Verlauf der CO_2 -Äquivalentkonzentration wird über eine nichtlineare Regressionsanpassung aus der Arbeit von Schönwiese (1986) an Daten von Neftel et al. (1985) und Keeling und Whorf (1994) gewonnen.

3. Ein auf Daten der U.S. Smithsonian Institution (Simkin et al., 1981 und Siebert, 1993) beruhender Vulkanindex *SVI*.
4. Den Southern-Oscillation-Index *SOI* (Jones, 1988, aktualisiert nach Jones et al., 1994), der ein Maß für die El-Niño-Aktivität darstellt.

Mit diesen Einflußgrößen, die in Kap. 5 ausführlich diskutiert werden, wird eine lineare (siehe Schönwiese, 1987; Schönwiese und Stähler, 1991) und eine vollständige (mit Mischtermen) quadratische Regression durchgeführt. Zusätzlich wird das Ergebnis eines neuronalen Netzes übernommen (Walter, 1996). Man erhält folgende erklärte Varianzen:

lineare Regression	66 %
quadratische Regression	75 %
neuronaies Netz	80 %.

Diese erklärten Varianzen sind sehr hoch und suggerieren, daß erstens die wichtigsten Einflußgrößen erfaßt sind und daß zweitens ein linearer Zusammenhang schon sehr brauchbar, ein quadratischer Ansatz schon fast optimal ist. Doch fragen wir zunächst einmal, warum der einfachste Ansatz (die lineare Regression) schon so viel Varianz erklärt und ob dies tatsächlich einen Zusammenhang widerspiegelt.

Grundsätzlich sind zwischen Zeitreihen mit ausgeprägter Autokorrelation eher gute Korrelationen zu finden, als zwischen Reihen ohne Autokorrelation. Betrachtet man z.B. zwei Reihen mit ausgeprägtem linearem Trend, d.h. großem Trend-Rausch-Verhältnis, dann wird zwischen diesen Reihen schon wegen des linearen Trends eine hohe Korrelation bestehen, denn lineare Trends können eindeutig linear aufeinander abgebildet werden. Nun hat die globale Mitteltemperatur ein Trend-Rausch-Verhältnis (T/R) von 2.7 und die atmosphärische CO_2 -Konzentration einen ausgeprägten Trend (T/R = 3.02). Um nun zu testen, ob die hohe Korrelation wesentlich vom linearen Trend (also nicht wesentlich von der zeitlichen Struktur innerhalb der Zeitreihen) herrührt, wird die lineare Regression nun noch einmal mit vom linearen Trend befreiten Zeitreihen durchgeführt. Es zeigt sich, daß die erklärte Varianz mit 35 % deutlich niedriger ausfällt. Das bedeutet, daß die hohe Korrelation wesentlich aus den Trends stammt. Damit lassen sich aber nun keine Aussagen machen, da lineare Trends immer hundertprozentig miteinander korreliert sind. Man erhält demnach auf statistischem Weg keine Auskunft darüber, ob die Trends in den a priori angenommenen Ursachen für die Trends in der Wirkung verantwortlich sind.

Dieses Beispiel zeigt deutlich, wie schwierig es ist, rein statistische Ansätze zufriedenstellend zu interpretieren. Es besteht immer die Gefahr einer Überanpassung, vor allem bei Zeitreihen mit ausgeprägter Autokorrelation. Ein solches Problem tritt bei physikalischen Ansätzen nicht auf. Um Trends zu erklären, braucht man demnach physikalische Begründungen. Deshalb wird nun ein einfacher physikalisch motivierter Ansatz verwendet, um zu sehen, ob der gute lineare Zusammenhang damit nachvollzogen werden kann.

2.3 Unzulänglichkeit eines einfachen physikalisch motivierten Ansatzes

Es wird nun ein einfacher physikalisch motivierter Ansatz für die Erklärung der globalen Mitteltemperatur aufgestellt und dessen offene Parameter optimal angepaßt, um ihn mit den oben besprochenen statistischen Ansätzen zu vergleichen. Im einfachsten Fall betrachten wir das Klimasystem als offenes thermodynamisches System, für das der erste Hauptsatz gilt:

$$\frac{dE}{dt} = F_i - F_a. \quad (2.8)$$

d.h., die Energie des Systems E ändert sich zeitlich durch Flüsse in das System F_i und aus dem System heraus F_a . Die Energie E sei zusammengesetzt aus fühlbarer Wärme cT und der restlichen inneren Energie I , die nicht durch Temperaturmessung erfaßt werden kann. Damit erhält man für T folgende Differentialgleichung:

$$c \frac{dT}{dt} = F_i - F_a - \frac{dI}{dt}. \quad (2.9)$$

Diese Gleichung kann auch als Gleichung für die Temperaturabweichung vom Gleichgewicht interpretiert werden, wenn man annimmt, daß die Terme auf der rechten Seite der Gleichung ein Gleichgewicht zulassen. Dadurch kann $T(t)$ als Temperaturanomalie aufgefaßt werden (die Kenntnis der Gleichgewichtstemperatur ist für den Störansatz bei Anpassung der offenen Parameter nicht notwendig) und man kann für die Flüsse F_i und F_a lineare Ansätze verwenden. Auf die Linearisierung und die damit verbundenen Probleme wird in Kap. 3 eingegangen. Im einzelnen werden folgende Annahmen gemacht:

Die Störflüsse in das System sind linear proportional zu jährlich gemittelten Antriebsparametern. Daraus folgt für F_i folgender Ansatz:

$$F_i = a_0 + a_1 \ln(CO_2) + a_2 SRZ + a_3 SVI \quad (2.10)$$

mit CO_2 , SRZ und SVI wie beim statistischen Ansatz.

Für den Fluß aus dem System können zwei einfache Ansätze gemacht werden. Setzt man zunächst $F_{a1} = 0$, so bedeutet das, daß die Ausdrücke von F_i den Gesamtfluß steuern, d.h., daß jeder Term in F_i sein Vorzeichen wechseln kann. Im zweiten Fall wird $F_{a2} = a_5 T$ angenommen. Dadurch wird der Gleichgewichtszustand zum Attraktor. a_5 entspricht dabei dem Klimasensitivitätsparameter (näheres s. Kap. 3), der in dieser Anwendung auch angepaßt wird. Da der mittlere Störfluß innerhalb eines Jahres für die Energieänderung gegenüber dem Vorjahr verantwortlich ist, kann man weiter diskretisieren:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\Delta T}{1Jahr} = \frac{T_n - T_{n-1}}{1Jahr} \quad (2.11)$$

und

$$\frac{dI}{dt} = a_4 \frac{\Delta SOI}{1Jahr} = a_4 \frac{(SOI_n - SOI_{n-1})}{1Jahr} \quad (2.12)$$

wobei SOI die El-Niño-Aktivität darstellt, die durch den Southern-Oscillation-Index (s.o.) ausgedrückt wird.

Es können nun unter Verwendung der beiden Ansätze für den Fluß aus dem System folgende beiden Regressionsgleichungen aufgestellt werden:

$$\Delta T = b_0 + b_1 \ln(CO_2) + b_2 SRZ + b_3 SVI + b_4 \Delta SOI \quad (2.13)$$

$$\Delta T = b_0 + b_1 \ln(CO_2) + b_2 SRZ + b_3 SVI + b_4 \Delta SOI - b_5 T \quad (2.14)$$

mit $b_i = a_i/c$. Diese linearen Gleichungen sind im Gegensatz zu einer linearen Regression zwischen erwarteten Einflußgrößen und der Temperatur physikalisch begründet. Es zeigt sich, daß mit Glg. 2.13 nur 13 % der Varianz erklärt werden können. Daraus kann man schließen, daß die zeitliche Änderung der Temperatur auf der Skala von Jahren sicher nicht einfach linear von den hier verwendeten Antrieben bestimmt wird. Betrachtet man gemäß Glg. 2.14 die Flüsse in das System als Auslenkungen aus einem attraktiven Gleichgewicht, so kann man 34 % der Varianz erklären. Daraus muß man schließen, daß hier entweder wichtige Einflußgrößen nicht beachtet wurden, oder der physikalisch motivierte Ansatz unzureichend war.

Es ist nun das Ziel dieser Arbeit, einen physikalisch begründeten Ansatz zu finden, der den zeitlichen Verlauf der global (sowie hemisphärisch) gemittelten bodennahen Lufttemperatur erklären kann. Damit kann die Frage geklärt werden, ob die hohen erklärten Varianzen der rein statistischen Ansätze realistisch sind oder nicht.

Im nächsten Kapitel wird deshalb der Frage nachgegangen, ob (und wenn ja unter welchen Annahmen) überhaupt einfache physikalisch motivierte Ansätze gefunden werden können, mit denen ein großer Teil der Varianz der global gemittelten Temperatur erklärt werden kann. Dazu muß man zunächst ganz allgemein fragen, wie ein System strukturiert sein kann, und welche Folgen das für seine Erklärbarkeit und Vorhersagbarkeit hat. Diese theoretischen Grundlagen werden dann genutzt, um eine einfache Klimadynamik zu begründen. In Kapitel 4 wird diese Dynamik gelöst und kalibriert. Man erhält somit einen geschlossenen Zusammenhang, d.h., es brauchen keine Parameter mehr an die zu untersuchende Zeitreihe angepaßt werden. Nachdem in Kap. 5 die externen Einflußgrößen beschrieben werden, wird diese Dynamik in Kap. 6 angewendet und damit der Verlauf der globalen Mitteltemperatur und der beiden Hemisphärentemperaturen erklärt. Aufgrund von Szenarien des anthropogenen Einflusses können dann Prognosen gewagt werden.

Kapitel 3

Grundlagen zur Modellbildung

3.1 Allgemeine Aspekte

Bevor man ein komplexes System modellieren kann, muß man zunächst fragen, ob das System überhaupt prognostizierbar ist, d.h., ob es möglich ist, ein Gleichungssystem aufzustellen, das es erlaubt, in die Zukunft zu schließen. Dazu muß man zunächst fragen, welche Bedingungen an ein solches Gleichungssystem gestellt werden müssen. Man kann drei Arten von Systemen unterscheiden, deren Komplexität und damit Modellierbarkeit sehr unterschiedlich ist. Sie werden in Abschnitt 3.1.1 vorgestellt. In Abschnitt 3.1.2 werden die atmosphärischen Grundgleichungen diskutiert, um festzustellen, zu welcher Art von Systemen sie gehören, und wo die Unterschiede zwischen diesen Gleichungen und den Erfahrungen mit dem Klimasystem liegen. Die Frage nach der Prognostizierbarkeit eines Modellsystems wird in Abschnitt 3.1.3 dargestellt. Im Abschnitt 3.1.4 werden dann die verschiedenen möglichen linearen und nichtlinearen Grundbausteine von Bilanzmodellen diskutiert. Damit ist das theoretische Rüstzeug vorhanden, um sich in Kap. 3.2 mit der theoretischen Basis von Energie-Bilanz-Modellen (EBM) zu beschäftigen.

3.1.1 Drei Arten von Systemen

In Anlehnung an Prigogine (z.B. 1988, Seiten 12, 113, 135) und Haken und Wunderlin (1991, insbesondere Seite 147) kann man in der Physik folgende drei Arten von Systemen nach der zeitlichen Entwicklung von Strukturen unterscheiden:

Mechanistische Systeme:	Keine strukturellen Änderungen
Thermodynamische Systeme:	Entwicklung zum strukturlosesten Zustand
Evolutionäre Systeme:	Entwicklung von Strukturen

Mechanistische Systeme können als die Summe ihrer Teile aufgefaßt werden, für die jeweils eine zeitumkehrinvariante Bewegungsgleichung gilt. Diese haben z.B. die Form der Newtonschen Gleichung

$$\ddot{x}_i = \frac{1}{m_i} \sum_j F_{i,j} \quad (3.1)$$

wobei \ddot{x}_i die Beschleunigung des i -ten Teilchens ist, m_i die Masse und $\sum_j F_{i,j}$ die Summe aller konservativen Kräfte ist, die auf das Teilchen i wirken. Zeitumkehrinvarianz bedeutet, daß, falls die Zeit t durch $-t$ ersetzt wird, das physikalische Gesetz unverändert gültig bleibt. Durch diese Eigenschaft ist gewährleistet, daß alle Informationen über Zukunft und Vergangenheit in jedem Augenblick in dem System enthalten sind. Eine Momentaufnahme des Systems und die Fähigkeit, alle mikroskopischen Bewegungsgleichungen zu lösen, reichen also aus, um Zukunft und Vergangenheit vollständig zu beschreiben. Laplace hat diese Fähigkeit dem nach ihm benannten Dämon zugeschrieben. Das mechanistische System, dessen Ganzes nicht mehr als die Summe seiner Teile ist (Heisenberg, 1973), ist also durch mikroskopische reversible Gleichungen beschreibbar. Interessanterweise ist kein reales System bekannt, das rein mechanistisch ist (Ebeling et al., 1990). Man muß sich also mit gedanklichen, idealisierten Systemen beschäftigen (z.B. reibungsfrei rollende und vollständig elastisch stoßende Billardkugeln auf einem ideal ebenen Billardtisch), um die Gesetze erster Art anwenden zu können.

Thermodynamische Systeme mit Prozessen wie Diffusion, Wärmeleitung und einfachen chemischen Reaktionen werden durch makroskopische Variable (Eigenschaften, die einem Teilchen nicht zugeschrieben werden können) wie Temperatur, Konzentration und Wärmefluß beschrieben. Die Systemgleichungen sind makroskopisch und nicht zeitumkehrinvariant, wie z.B. das Diffusionsgesetz

$$\dot{c}_a = -k_a \Delta c_a \quad (3.2)$$

und die chemische Reaktion

$$\dot{c}_a = -k_b c_b c_a \quad (3.3)$$

mit $c_a, c_b =$ Konzentration der Stoffe a und b, $k_a =$ Diffusionskonstante und $k_b =$ chemische Reaktionskonstante. Eine Zeitumkehrung ($t \rightarrow -t$) würde zu nicht beobachtbaren Phänomenen führen, z.B. daß Wärme von einem kalten zu einem warmen Reservoir fließt.

Solche Systeme entwickeln sich auf den strukturlosest möglichen Zustand zu. In einem abgeschlossenen System ist dies das thermodynamische Gleichgewicht. In einem offenen System stellt sich ein stationärer Nichtgleichgewichtszustand ein, der oft Fließgleichgewicht genannt wird. Beispiele für thermodynamische Systeme lassen sich leicht finden: So kühlt sich frisch gekochter Kaffee ab, bis er und seine Umgebung auf gleicher Temperatur sind. Einer der größten Erfolge des mechanistischen Weltbildes (ein Bild, das die gesamte Welt als mechanistisches System versteht) war die statistische Interpretation der Thermodynamik. Bei dieser Interpretation werden die makroskopischen thermodynamischen Prozesse nur als wahrscheinlichst ablaufende Prozesse verstanden, d.h. als Prozesse, die durch die meisten mikroskopisch möglichen Prozesse realisiert werden. Bei dieser Betrachtung muß man allerdings die Frage zulassen, ob es tatsächlich nur unwahrscheinlich ist, daß aus etwas Qualm und einem abgebrannten Streichholz eine Flamme entsteht und wieder vergeht, die ein fabrikneues Streichholz erzeugt (mit der Struktur des Holzes und dem Zündkopf)? Neuerdings sind makroskopische irreversible Prozesse bekannt, für die man zeigen kann, daß sie nicht auf eine mikroskopische Beschreibung reduzierbar sind (Prigogine und Stengers, 1993).

Zwar kennt die Thermodynamik zeitliche Entwicklung; diese ist aber entsprechend ihrem zweiten Hauptsatz immer auf den strukturlosest möglichen Zustand hin gerichtet.

Die Thermodynamik läßt keine Evolution (Strukturbildung, Ereignisse, Katastrophen) zu, wie wir sie in der uns umgebenden Realität wahrnehmen. Dort bilden sich hochstrukturierte Systeme (wie z.B. Gänseblümchen, Bäume und Menschen). Diese Strukturbildung widerspricht nicht der Thermodynamik. Irreversible Prozesse schaffen Unordnung. Kann ein System Entropie an seine Umgebung abgeben, so ist die Entropiebilanz des Systems nicht notwendigerweise positiv und es können Strukturen entstehen. Notwendig für Evolution ist also ein offenes System mit Entropieexport. Daß das Klimasystem Entropie exportiert, haben W. Ebeling und R. Feistel (1982) auf einfache Weise gezeigt (Abb. 3.1). Basierend auf Rechnungen von Fortak (1979) zeigten sie, daß der Entropie-Export näherungsweise durch folgende Gleichung ausgedrückt werden kann:

$$\left. \frac{dS}{dt} \right|_{Exp.} \approx \frac{Q_a}{T_a} - \frac{Q_i}{T_i} \approx 1 \cdot \frac{W}{m^2 K} \quad (3.4)$$

mit $Q_a = Q_i =$ Strahlungsauf- bzw. abgabe (ca. 240 W/m^2) und $T_i = 5800 \text{ K} =$ Strahlungstemperatur der Sonne und $T_a = 255 \text{ K} =$ Strahlungstemperatur der Erde.

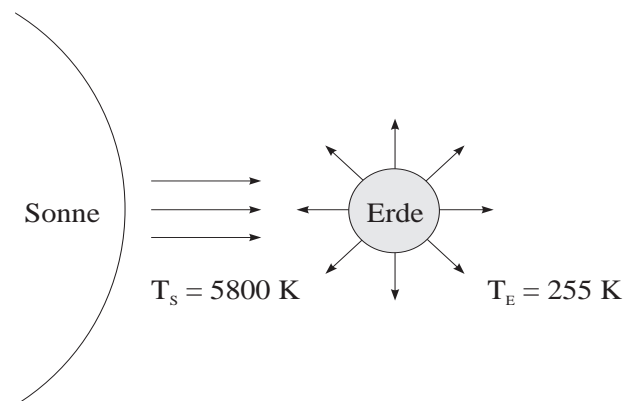


Abbildung 3.1: Das Klimasystem als Photonenmühle (nach Ebeling und Feistel, 1982).

Wie sieht nun ein Prototyp von Evolution aus? Evolution besteht in der Biologie aus den drei Prozessen Mutation, Selektion und Reproduktion, die in mathematisch-physikalischer Sprache als Fluktuation, Bifurkation und Referenzzustand bezeichnet werden können. Ein System kann also nur evolutionsfähig sein, wenn es Fluktuationen enthält. Das kann in der Realität der Flügelschlag von Lorenz's Schmetterling (s. z.B. Schuster, 1989) sein, im Extremfall sogar die von Heisenberg entdeckte quantenmechanische Unschärfe. Befindet sich ein System in einem kritischen Gebiet, d.h. in der Nähe eines Bifurkationspunktes, so ist es anfällig für Fluktuationen. Dann können kleine Fluktuationen große (qualitative) Wirkungen hervorrufen. Referenzzustände sind die Lösungen der gewöhnlichen Systemgleichungen bei Vernachlässigung von Fluktua-

tionen. Die einfachste Modellgleichung mit evolutivem Charakter ist die der Pitchfork- oder Heugabel-Bifurkation (s. z.B. Nicolis und Prigogine (1987), Jetschke (1989), Honerkamp (1990)):

$$\dot{x} = -x^3 + \lambda x + \text{Fluktuationen.} \quad (3.5)$$

Sie hat für $\lambda < 0$ einen global stabilen stationären Zustand ($x_1 = 0$). Für $\lambda > 0$ wird dieser jedoch instabil und es entstehen zwei neue asymptotisch stabile stationäre Zustände ($x_{2,3} = \pm\sqrt{\lambda}$).

Gehen wir nun davon aus, daß sich das System für $\lambda < 0$ im stationären Zustand befände. Jetzt werde λ langsam erhöht. Bei Erreichen des Bifurkationspunktes $\lambda = 0$ entscheiden die momentanen Fluktuationen darüber, welcher der beiden dort neu auftretenden stationären Zustände angestrebt wird. Dabei ist es völlig ohne Bedeutung, wie klein die Fluktuation in diesem Moment ist. Sie wird verstärkt und entscheidet über den zukünftigen Werdegang des Systems. Solche sensiblen Abhängigkeiten findet man auch in der Meteorologie. So kann z.B. eine Konvektionswolke nur durch Störung des Grundzustandes entstehen. Im nächsten Abschnitt wird untersucht, welche Ansätze der Klimadynamik zu welcher Systemart gehören.

3.1.2 Klimadynamik

Das Klimasystem kann in die Subsysteme Atmosphäre, Ozean, Kryosphäre, Pedosphäre und Biosphäre zerlegt werden (wobei alle diese Subsysteme wieder beliebig weiter zerlegt werden können). Hier sollen nun nicht möglichst viele Untersysteme möglichst exakt berücksichtigt werden, sondern nur die für die konkrete Frage wichtigen Teilsysteme mit in die Untersuchung eingeschlossen werden. Diese gilt es nun zu separieren. Bei Klimamodellen, die auf der Zeitskala von Jahrhunderten und kleiner operieren, kann die Pedosphäre vernachlässigt werden. Atmosphäre, Ozean und Kryosphäre sind einer physikalischen Beschreibung zugänglich und bilden deswegen meist den Kern von Klimamodellen. Der Einfluß der Biosphäre auf das Klimasystem (bzw. die Wechselwirkung zwischen der Biosphäre und anderen Subsystemen) ist nur in Ansätzen bekannt (z.B. Einfluß der Vegetation auf die Albedo, hydrologischer Zyklus, atmosphärischer CO_2 - und Aerosolgehalt; s. z.B. Watson und Lovelock, 1983). Somit kann, wie jedes Modell, auch ein Klimamodell nicht vollständig sein. Andererseits reicht es möglicherweise aus, die wichtigsten Prozesse auf der zu untersuchenden räumlichen und zeitlichen Skala zu berücksichtigen. Diese gilt es zu finden.

Betrachten wir zunächst das System atmosphärendynamischer Gleichungen. Sie folgen aus Invarianzprinzipien (Erhaltung von Impuls, Masse und Energie) und bilden den dynamischen Rahmen für atmosphärische Zirkulationsmodelle (engl.: atmospheric general circulation modell AGCM; für ozeanische GCM's gelten entsprechende Gleichungen) und lauten:

$$\begin{aligned} \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} &= -\nabla p + \rho g - 2\rho \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} - \nabla \cdot \mathbf{\Pi}_v && \text{Impulserhaltung} \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} &= -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) && \text{Gesamtmassenerhaltung} \\ \rho \frac{dh}{dt} &= \frac{dp}{dt} - \nabla \cdot (\mathbf{I}_h + \mathbf{S}) - \mathbf{\Pi}_v \cdot \nabla \mathbf{v} && \text{Energieerhaltung.} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Dabei sind

ρ = Dichte

\mathbf{v} = Geschwindigkeitsvektor

p = Luftdruck

$\boldsymbol{\Omega}$ = Vektor der Winkelgeschwindigkeit der Erde

\mathbf{II}_v = Impulsflußtensor

h = spezifische Enthalpie

\mathbf{I}_h = Enthalpieflußdichte

\mathbf{S} = Netto-Strahlungsflußdichte

g = Vektor der Erdbeschleunigung.

Diese Gleichungen werden oft als originäre, manchmal aber auch als molekulare Gleichungen bezeichnet. Der Begriff molekulare Gleichungen ist widersprüchlich, weil diese Gleichungen nicht auf molekularer Ebene gelten, und statt dessen makroskopische Variablen wie Wärme und Dichte auf jeden (mikroskopischen) Raumpunkt beziehen. Sie stellen ein mikroskopisches (zeitumkehrinvariantes) Modellsystem mit makroskopischen Variablen dar. (Man beachte, daß an einem Raumpunkt weder eine Temperatur, noch eine Dichte oder Geschwindigkeit definiert sein kann.) Da es praktisch unmöglich ist, das Gleichungssystem für jeden Raumpunkt zu lösen, müssen die Gleichungen skaliert (z.B. durch Mittelung, Filterung, Entwicklung nach orthogonalen Funktionen) werden, wodurch das Problem der subskaligen Prozesse (z.B. Turbulenz) entsteht. Eine weitere wichtige Eigenschaft dieser Gleichungen ist, daß sie nicht geschlossen sind, da die Größen \mathbf{II}_v , \mathbf{I}_h , und \mathbf{S} in dieser Formulierung nicht bekannt sind. Diese Eigenschaft wird oft als Mangel interpretiert, ist aber eigentlich ein großer Vorteil, da die Gleichungen aus einer mechanistischen Betrachtung hergeleitet werden und demnach ohne weitere Eingriffe keine Realisation finden können. Die verwendeten Schließungen basieren auf Erfahrungen und sind, wie die Parametrisierungen, mit denen die subskaligen Prozesse erfaßt werden, i.a. irreversibel, also nicht zeitumkehrinvariant. D.h. erst durch das Verlassen der reinen Gesetze erster Art werden die prognostischen Gleichungen realistisch.

In dieser Arbeit soll ein anderer Weg gegangen werden. Es sollen nicht offene mechanistische Gleichungen für klimatologische Subsysteme mit thermodynamischen (bzw. empirischen) Ansätzen geschlossen werden, sondern von Anfang an rein makroskopische Ansätze für das gesamte Klimasystem verwendet werden. Dies führt auf das sehr einfache Konzept der Energie-Bilanz-Modelle, das es erlaubt, einzelne parametrisierte Prozesse noch zu überblicken und deren Auswirkungen auf die Entwicklung des Gesamtsystems zu studieren. Solche Modelle beanspruchen nicht die Natur des Systems (als gemeinsames Wirken aller mikroskopischen Prozesse) zu erklären, sondern die Beobachtung des Systems mit wenigen Freiheitsgraden zu beschreiben. Dies ist nur möglich, wenn das System bestimmten, im nächsten Abschnitt diskutierten, Annahmen genügt. Ein Beispiel für eine einfache, aber alle Wesensmerkmale eines evolutionären Systems beinhaltende, Klimagleichung ist im Anhang A diskutiert.

3.1.3 Makroskopische Beschreibbarkeit

Ein System ist makroskopisch beschreibbar, falls sein Verhalten durch eine Dynamik mit wenigen Freiheitsgraden reproduziert werden kann. Ein Beispiel für die makroskopische Beschreibbarkeit von Systemen ist das von H. Haken (s. z.B. Haken, 1990) eingeführte

Versklavungsprinzip. Danach kann sich ein System so selbst organisieren, daß wenige Variable (die Ordnungsparameter) die wesentlich größere Zahl der restlichen Variablen versklavt. Dadurch können alle Variablen außer den Ordnungsparametern diagnostisch approximiert werden, wodurch der Freiheitsgrad des Systems stark eingeschränkt ist. In der Physik, aber auch in anderen Wissenschaften, sind zahlreiche Beispiele für solches Verhalten (z.B. beim Laser) bekannt (s. Haken, 1990).

Betrachten wir als Beispiel die Atmosphäre. Man kann sie beschreiben, indem man die Gleichungen 3.6 explizit löst, was sehr aufwendig ist und zahlreicher weiterer Annahmen bedarf. Andererseits wissen wir, daß es in der Atmosphäre gewisse Strukturen gibt, so z.B. die innertropische Konvergenzzone (ITC), die Hadleyzelle und die Polarfront. Man könnte nun versuchen das Versklavungsprinzip auf die Gleichungen 3.6 anzuwenden, nachdem man diese durch Ansätze (z.B. für die Strahlungsübertragung und Wolkenmikrophysik) geschlossen hat. Dies ist ein sehr aufwendiger Weg, dessen Lösung (wenn man eine findet) von den Ansätzen der Schließungen abhängen muß, und daher keinesfalls realistisch zu sein braucht. Setzt man die makroskopische Beschreibbarkeit voraus, so kann man einen einfachen physikalisch motivierten Ansatz machen. Zum Beispiel könnte man annehmen, daß eine größere Heizrate zu einer höheren Temperatur führt und diese wiederum zu einer höheren Ausstrahlung. Wenn man sich nicht für das Wechselspiel der einzelnen Prozesse interessiert, ist ein solcher Ansatz möglich. Dabei muß die makroskopische Beschreibung an ein Experiment angepaßt werden, was bei klimatologischen Fragestellungen nicht ohne weiteres möglich ist. Will man den so kalibrierten Zusammenhang verallgemeinern, muß er zumindest an einem weiteren Experiment verifiziert werden. Benutzt man ihn dann für Extrapolationen (z.B. Prognosen), läuft man trotzdem noch Gefahr, daß er die Realität nicht treffend beschreibt.

Die makroskopische Beschreibung vernachlässigt Details. Wenn die makroskopische Beschreibung möglich ist, machen sich die Details in einem Rauschen um den beschriebenen Referenzzustand bemerkbar. Dies kommt daher, daß die Anfangswerte, die Randbedingungen, die äußeren Störungen und die internen Prozesse nicht exakt berücksichtigt werden. Diese Details sind nie genau bekannt, so daß man fragen muß, wie sensibel das betrachtete System von einer solchen Unkenntnis abhängt. Je sensibler diese Abhängigkeit ist, desto aufwendiger muß ein Modell des Systems sein. Nach der Sensitivität kann man drei Arten von Systemen unterscheiden. Für alle drei gilt das Kausalitätsprinzip, das besagt, daß eine genau definierte Ursache (Anfangsbedingung, Störung in den Randbedingungen, äußere Antriebe) über eine Vermittlung eine genau definierte Wirkung macht. Die drei Arten werden im folgenden anhand von drei Gedankenexperimenten vom freien Fall vorgestellt und ihre Prognostizierbarkeit diskutiert.

a) Stark kausales System

In einem stark kausalen System sind die einzelnen Prozesse voneinander unabhängig und bilden bezüglich ihrer Wirkung eine konvergente Folge; kennt man die wichtigsten Prozesse, so kann man schon qualitativ richtige Vorhersagen machen. Je mehr dieser Prozesse in einem Vorhersagemodell verwendet werden, desto genauer wird die Realisation prognostiziert. Eine Unschärfe in den Anfangsbedingungen erzeugt eine Unschärfe in der Prognose. Läßt man z.B. einen Körper fallen, der mit dem ebenen Boden einen unelastischen Stoß ausführt (z.B. einen Beutel Reis), so kann dessen Lage auf dem Boden recht genau vorhergesagt werden (s. Abb. 3.2). Nur wenn man es mit einem solchen System zu tun hat,

kann man trotz unvollständiger Kenntnis der Prozesse, der Anfangsbedingungen und der Antriebe sicher sein, qualitativ richtige Vorhersagen zu machen.

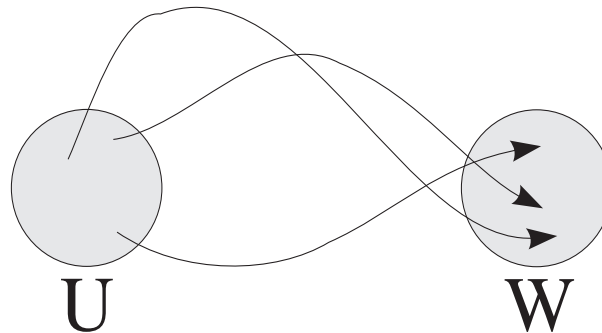


Abbildung 3.2: Stark kausales System: Unschärfen in den Ursachen (Anfangsbedingungen, Prozesse) führen zu Unschärfen in der Wirkung. U = Unscharfegebiet der Ursache, W = Unscharfegebiet der Wirkung.

b) Bifurkierendes System

In einem bifurkierenden System gibt es zwei qualitativ unterschiedliche mögliche Wirkungen mit entsprechenden Eintrittswahrscheinlichkeiten. Berücksichtigt man mehr Prozesse bei der Prognose, bzw. kennt man die Anfangs- oder Randbedingungen genauer, so erhält man andere Eintrittswahrscheinlichkeiten. Eine eindeutige Prognose mit einer quantitativ mehr oder weniger kleinen Unschärfe ist nicht mehr möglich (s. Abb. 3.3). Ein einfaches Experiment hierzu ist ein oberhalb eines Tisches in der Nähe der Tischkante fallender Gegenstand. Ob er auf dem Tisch oder auf dem Boden zur Ruhe kommt, läßt sich nur mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten vorhersagen.

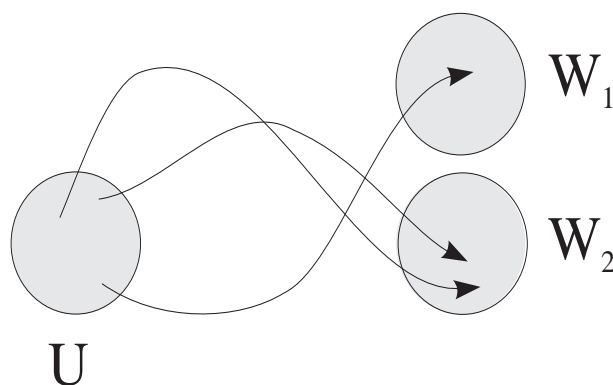


Abbildung 3.3: Bifurkierendes System: Ähnliche Ursachen führen zu qualitativ unterschiedlichen Wirkungen. U = Unscharfegebiet der Ursache, W_i = Unscharfegebiet der Wirkung i .

c) Schwach kausales System

In einem schwach kausalen System können ähnliche Anfangsbedingungen zu völlig verschiedenen Wirkungen führen (s. Abb. 3.4). Eine Prognose ist nur bei genauer Kenntnis der Anfangsbedingungen (zur Vermeidung des deterministischen Chaos) und genauer Kenntnis aller Prozesse (zur Vermeidung des stochastischen Chaos) möglich (s. z.B. Lange, 1993). Ein Experiment dazu stellt das Fallenlassen eines unregelmäßig geformten Körpers dar, der mit dem Boden weitgehend unelastische Stöße ausübt. Es ist nicht vorhersagbar wo er zur Ruhe kommt.

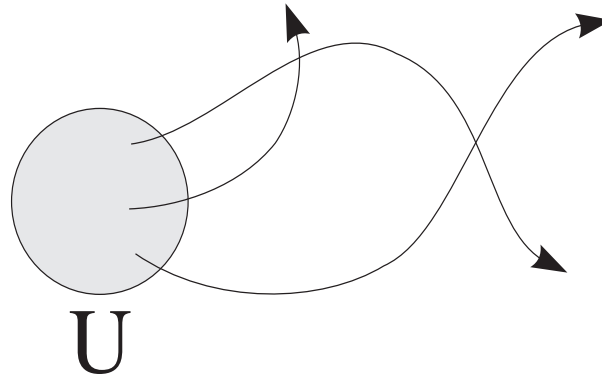


Abbildung 3.4: Schwach kausales System: Unschärfen in der Ursache machen Prognosen unmöglich. U = Unschärfegebiet der Ursache.

Vom Standpunkt der hier durchgeführten Unterscheidung müssen wir fragen, ob das Klimasystem makroskopisch beschreibbar ist. Diese Frage kann nicht ohne weiteres beantwortet werden. Lorenz (1963) hat in seiner berühmten Arbeit die hydrodynamischen Grundgleichungen durch eine Fourierentwicklung stark vereinfacht. Die so erhaltenen Lorenzgleichungen bilden ein schwach kausales System, d.h. wenn sich ein natürliches System entsprechend diesen Gleichungen verhält, ist es nur vorhersagbar (über einen gewissen zeitlichen Horizont hinaus), wenn seine Anfangsbedingungen beliebig genau bekannt sind.

Betrachten wir den makroskopischen Ansatz, wie er in Anhang A vorgestellt wird. Es handelt sich dort um ein bistabiles System. Für gewisse Anfangsbedingungen (das System befindet sich in der Nähe des lokalen Maximums des Potentials = Bifurkationspunkt) ist die Vorhersagbarkeit qualitativ stark eingeschränkt. Solange sich das System in einer Potentialmulde (Bassin des Punktattraktors) befindet, läßt es sich allerdings auch bei ungenauer Kenntnis der Anfangsbedingungen und der Systemparameter (und selbst bei überlagertem Rauschen) qualitativ eindeutig beschreiben. Geht man davon aus, daß ein System sich in unmittelbarer Nähe eines Potentialminimums befindet und im zu beschreibenden Zeitraum das Bassin des Attraktors nicht verläßt, so kann man das System linearisieren (d.h. das Potential durch einen Paraboloiden nähern). Ob dies sinnvoll ist, zeigt sich daran, ob man damit die Realität beschreiben kann.

Im Zusammenhang mit dem Problem der Vorhersagbarkeit bei makroskopischer Beschreibung sei auch die strukturelle Instabilität angesprochen. Strukturelle Instabilität bedeutet im Allgemeinen, daß die Veränderung von Systemparametern zu strukturell anderem Verhalten des Systems führt. Dabei sind meist nur bestimmte Parameterkombi-

nationen instabil. Eine spezielle Art struktureller Instabilität ist für die weiteren Untersuchungen von Bedeutung, nämlich die, die durch die Vernachlässigung betragsmäßig kleiner Terme entstehen kann. Damit ist gemeint, daß Terme, seien sie auch noch so klein, unter bestimmten Bedingungen nicht gegenüber anderen vernachlässigt werden dürfen, wenn man sich für das Langzeitverhalten eines Systems interessiert. Betrachtet man z.B. das System

$$\dot{x} = -a y \quad (3.7)$$

$$\dot{y} = b x - c y \quad (3.8)$$

mit $c \ll a, b$ (Im Prinzip auch $c \rightarrow 0$). Vernachlässigt man den Term $-cy$, so stellt das Gleichungssystem die Bewegung des ungedämpften harmonischen Oszillators in generalisierten Koordinaten dar, dessen Trajektorie im Phasenraum auf einer Ellipse läuft. Der Term $-cy$ verändert diese Struktur. Die Trajektorien werden zu Spiralen, die zum Punktattraktor $(0,0)$ hinlaufen. Die Gleichungen (3.7) und (3.8) stellen dann einen gedämpften harmonischen Oszillator dar. Die Dämpfung zerstört die Zeitumkehrinvarianz (Reversibilität). Je nach der Größe von c und der gewünschten Genauigkeit einer Prognose kann dann mit einem approximierten System nur noch über eine gewisse Zeit vorhergesagt werden. Das Gleichungssystem 3.7 und 3.8 ist an der Stelle $c = 0$ strukturell instabil.

Um ein System makroskopisch beschreiben zu können, muß man also davon ausgehen, daß es auf den zu untersuchenden räumlichen und zeitlichen Skalen stark kausal ist und nicht strukturell instabil. In Abschnitt 3.2.3 wird ein klimatologischer Ansatz vorgestellt, der strukturell instabil ist.

3.1.4 Einige Grundbausteine von Bilanzmodellen

Es ist erstaunlich, wieviel strukturell unterschiedliches Verhalten schon mit sehr anschaulichen Bilanzmodellen mit nur wenigen Variablen beschrieben werden kann. Diesem Aspekt ist dieser Abschnitt gewidmet.

Bei Bilanzmodellen wird jede zu bilanzierende Größe durch einen Zufluß und einen Abfluß bestimmt (Quellen und Senken können im Prinzip immer auch als Flüsse aufgefaßt werden). Wir können uns ein Bilanzmodell mit einer Variablen als einen Speicher vorstellen, dessen einfachste Realisation eine Wanne ist, in die Wasser zufließen und aus der Wasser abfließen kann. Die Bilanzgröße ist dann die Füllhöhe. Vier Wannensmodelle sollen hier vorgestellt und diskutiert werden. Sie zeigen in einfacher Weise, wie die Grundbausteine von Bilanzmodellen wirken (vergl. jeweils Abb. 3.5):

a) Die unsensible Wanne

Die unsensible Wanne hat keinen Abfluß, kann aber überlaufen, d.h. falls kein Zulauf stattfindet (und auch nie einer stattgefunden hat), ist die Wanne leer, ansonsten ist die volle Wanne der einzige stationäre Zustand, bei dem Abfluß (Überlauf) und Zufluß gleich groß sind. Diese Wanne ist recht uninteressant, da Systeme, deren stationärer Zustand völlig unsensibel ist, nicht Gegenstand von Prognosen sind.

b) Die (teilweise) lineare Wanne

Die lineare Wanne hat einen Abfluß, durch den Wasser in linearer Abhängigkeit von der Füllhöhe abfließt. Dadurch wird sich für jeden konstanten Zufluß eine stationäre Füllhöhe einstellen, bei der Abfluß und Zufluß gleich groß sind. Für diesen stationären Zustand läßt sich ein Sensitivitätsparameter (s. Kap. 3.2.1) definieren, der angibt, wie stark sich die stationäre Füllhöhe mit dem Zufluß ändert. Der Zufluß kann nun aber so gering sein, daß der Wasserstand gleich null ist. Andererseits kann der Zufluß auch so groß sein, daß die Wanne überläuft. Dies sind die Randbedingungen für eine teilweise lineare Wanne, die ab dem Sättigungsniveau (volle Wanne) und bei sehr geringem Zufluß unsensibel ist. In dieser Form kann sie z.B. als Modell für Temperatur-Albedo-Rückkopplungen dienen: Je wärmer es auf der Erde ist, desto geringer ist die Eisbedeckung und desto kleiner ist die Albedo, bis sie ihren Sättigungswert erreicht. Umgekehrt kann bei einer Abkühlung der Erde die Albedo nicht größer werden als sie bei Totalvereisung ist. Die teilweise lineare Wanne verhält sich außerdem wie ein Neuron, so daß man damit auch einen Zugang zu neuronalen Netzen erhält. Neuronale Netze sind demnach ein Netz von solchen Wannern, bei denen man Zu- und Abfluß zwischen den Wannern empirisch so einstellen kann, daß sie jeden beliebigen Zusammenhang zwischen Gesamtzufluß und Abfluß erzeugen können.

Obwohl die lineare Wanne ein sehr einfaches Modell ist, dient sie doch sehr oft als Grundlage für zahlreiche Modelle. Die Kopplung mehrerer solcher Wannern führt zu multilinearen Systemen. Solche sind noch relativ leicht handhabbar. Im Rahmen dieser Arbeit wird gezeigt werden, daß sich der Verlauf der globalen und hemisphärischen Mitteltemperaturen durch solche multilinearen Ansätze sehr gut beschreiben läßt. Da der Ablauf der linearen Wanne von der Füllhöhe abhängt, diese aber ihrerseits von der Form der Wanne, kann man durch einen höhenabhängigen Wannernquerschnitt einen füllhöhenabhängigen Sensitivitätsparameter darstellen. Eine solche Wanne ist dann zwar nicht mehr linear, strukturell aber einer linearen Wanne sehr ähnlich. Damit kann eine einfache Art von Rückkopplungen im System noch beschrieben werden, was für die folgenden Wannertypen, die eine einfache eigene Dynamik zeigen, nicht mehr gilt.

c) Die selbstleerende Wanne

Die selbstleerende Wanne hat einen Überlauf, der (analog zum Schmitt-Trigger der Elektrotechnik, s. z.B. Rohe, 1983) ab einer gewissen Füllhöhe aktiv wird und erst unterhalb einer niedrigeren Füllhöhe wieder aufhört. Bei konstantem Zufluß wird eine solche Wanne selbsterregte Schwingungen ausführen, deren Frequenz von der Stärke des Zuflusses abhängt. Bei zu starkem Zufluß wird auch diese Wanne ihre maximale Füllhöhe erreichen und dort stationär und unsensibel gegenüber stärkerem Zufluß bleiben. Mit solchen selbsterregten Schwingungen kann man zyklisches Verhalten modellieren, wie z.B. den Eiszeit-Zyklus (s. Källen und Crafoord, 1979; Fraedrich 1980).

d) Die strukturwandelnde Wanne

Die strukturwandelnde Wanne hat einen linearen Abfluß und einen Überlauf wie die selbstleerende Wanne. Sie verhält sich bei geringem Zufluß wie die lineare, bei stärkerem Zufluß wie die selbstleerende und bei starkem Zufluß wie die unsensible Wanne. Man kann hier also von einer strukturellen Instabilität reden. So kann

man in dem Bereich, in dem sie sich wie die zweite Wanne verhält, einen Sensitivitätsparameter definieren, der ab der Instabilität keine Bedeutung mehr hat. Diesen Umstand sollte man bedenken, wenn man von Klimasensitivität spricht. Man unterstellt dabei nämlich, daß bei einer Veränderung des Klimazustandes kein Strukturwandel eintritt. Das Modell der strukturwandelnden Wanne verhält sich ähnlich wie die Benard-Instabilität (s. z.B. Schuster, 1989), bei der der Wärmetransport bei geringer Wärmezufuhr durch Leitung, bei stärkerer Zufuhr durch korrelierte Strömungen (Walzen, große Wirbel) und bei starker Zufuhr turbulent erfolgt.

Es sind nun eine Reihe grundsätzlicher Überlegungen angestellt worden, so daß mit diesem Rüstzeug Energie-Bilanz-Modelle diskutiert werden können, um ihre Schwächen und Stärken im Hinblick auf die Beschreibung und Prognose beobachteter Temperaturverläufe zu erkennen.

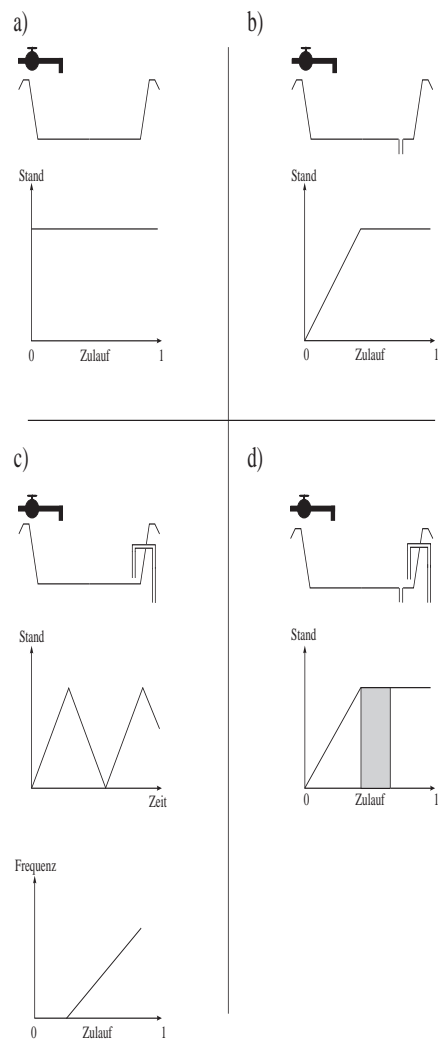


Abbildung 3.5: Verschiedene Versionen des Wannenmodells als Anschauungshilfe für die Betrachtung von Bilanzen: a) unsensible Wanne, b) teilweise lineare Wanne, c) selbstleerende Wanne, d) strukturwandelnde Wanne.

3.2 Energie-Bilanz-Modelle (EBM)

Energiebilanzmodelle sind die einfachsten physikalischen Haushaltsmodelle, mit denen Klimaprozesse simuliert werden (siehe z.B. Sellers, 1969; North 1975a, 1975b und 1988). In diesem Kapitel werden verschiedene derartige Ansätze behandelt und Vereinfachungen diskutiert. Daraus sollen Schlüsse abgeleitet werden, die den Weg zu Anwendungen in der Datenanalyse zeigen.

3.2.1 Linearisierung und die Berücksichtigung von Rückkopplungen

Der Einfachheit halber betrachten wir zunächst das Klimasystem als Ganzes, d.h. ohne die Berücksichtigung von Teilsystemen. Es habe als Eigenschaft die Wärmekapazität c_k und sein Zustand sei durch die eine Temperatur T_k gekennzeichnet. Der einzige Kontakt des Klimasystems mit seiner Umgebung besteht über die Strahlung. Die pro Zeiteinheit absorbierte solarer Einstrahlung S und emittierte Wärmestrahlung L bilden die einzigen Einflüsse auf die Energiebilanz E . Beides, Strahlungsaufnahme und -abgabe, kann von der Klimatemperatur T_k abhängen (z.B. über Temperatur-Albedo-Rückkopplung und Temperatur-Bedeckungsgrad-Rückkopplung). Für die Energiebilanz folgt demnach ganz allgemein:

$$\boxed{\dot{E} = c_k \dot{T}_k = S - L = Q(T_k),} \quad (3.9)$$

wobei $Q(T_k)$ die temperaturabhängige Quellfunktion des Systems darstellt. Für die Gleichgewichtstemperatur T_e gilt wegen $\dot{T}_e = 0$ auch $Q(T_e) = 0$. Betrachten wir nun die Abweichung von der Gleichgewichtstemperatur: die Störtemperatur ΔT . Sie ist die Differenz zwischen der aktuellen Temperatur und der Gleichgewichtstemperatur:

$$\Delta T(t) = T_k(t) - T_e. \quad (3.10)$$

Kennt man die Gleichgewichtstemperaturen des Systems, so kann man Glg. (3.10) um diese linearisieren, was auf folgende Form führt:

$$c_k \dot{T}_k = c_k \dot{\Delta T} = Q(T_e) + \left. \frac{dQ(T)}{dT} \right|_{T_e} \Delta T. \quad (3.11)$$

Daraus folgt die lineare Störgleichung:

$$\Delta \dot{Q} = c_k \dot{\Delta T} = \left. \frac{dQ(T)}{dT} \right|_{T_e} \Delta T. \quad (3.12)$$

Die Lösung dieser Gleichung hat die Form

$$\Delta T(t) = \Delta T_0 \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right), \quad (3.13)$$

wobei $\tau = c_k/\lambda$ die Relaxationszeit des linearen Systems ist.

$$\boxed{\lambda = - \left. \frac{dQ(T)}{dT} \right|_{T_e} = - \left. \frac{dS(T)}{dT} \right|_{T_e} + \left. \frac{dL}{dT} \right|_{T_e}} \quad (3.14)$$

ist der Klimasensitivitätsparameter, der zwei wichtige Informationen enthält:

- a) λ ist umgekehrt proportional zur Relaxationszeit, d.h. je größer λ , desto schneller läuft das System ins Gleichgewicht. Falls $\lambda < 0$ ist, entfernt sich das System vom stationären Zustand, d.h. λ enthält auch die Information darüber, ob der stationäre Zustand stabil ist.
- b) Wird das System einer konstanten externen Störung ausgesetzt, so wird es auf einem gewissen Abstand vom stationären Zustand gehalten. Das Verhältnis zwischen der Störleistung ΔQ , und der daraus folgenden konstanten Auslenkung aus dem Gleichgewicht ΔT , wird allein durch den Sensitivitätsparameter beschrieben. (Man beachte, daß λ in der hier angegebenen Definition eher ein Unsensitivitätsparameter ist, da er angibt, wieviel Störleistung benötigt wird, um das System auszulenken, d.h. je größer λ ist, desto unsensitiver ist das System. Aus diesem Grund wird der Sensitivitätsparameter von einigen Autoren reziprok zu der hier eingeführten Version definiert.) Hier sei an die Wannenmodelle des Abschnitts 3.1.4 erinnert.

Beachtenswert ist, daß man zur Formulierung von Glg. (3.12) weder die originale Dynamik noch die Gleichgewichtszustände kennen muß. Es reicht aus, die lineare Abhängigkeit der Temperatur von der angelegten Störung zu kennen (oder abzuschätzen). Auf dieser Basis arbeitet das von Wigley et al. (1991) entwickelte und vom IPCC (Houghton, 1992) oft verwendete Modell STUGE (sea level and temperature under the greenhouse effect). Es berücksichtigt als Wärmespeicher ausschließlich eine ozeanische Mischungsschicht. Die einzige Quelle ist die Änderung der Strahlungsbilanz durch die gestiegene Treibhausgaskonzentration. Als Senken wirken ein advektiv-diffusiver Wärmetransport in den (unendlich tiefen) Ozean und die Ausstrahlungsverstärkung mit zunehmender Mischungsschichttemperatur. Die Gleichgewichtssituation (d.h. ohne anthropogene Störung) spielt für die Prognose der Abweichung keine Rolle (Wigley und Raper, 1990 und Wigley, 1991).

Ein System mit mehreren stationären Zuständen und bistabilem Verhalten kann man leicht formulieren, indem man die Ausstrahlung linear von der Temperatur abhängen läßt, während man für die Strahlungsaufnahme eine sigmoide Funktion wählt. Solche Ansätze sind begründet (s. Abschnitt 3.2.3). Abb. 3.6 zeigt, daß für eine nicht zu starke Abhängigkeit der Ausstrahlung von der Temperatur zwei stabile und ein instabiler stationärer Zustand entstehen. Ein solches Verhalten erzeugten einige Eis-Albedo-Rückkopplungsparametrisierungen, so daß Sellers noch im Jahre 1969 die Erhöhung der anthropogenen Treibhausgase als glücklichen Umstand beschrieb: “Fortunately, because of the increasing carbon dioxide content of the atmosphere, m is more likely to increase than to decrease“, wobei m der Schwächungskoeffizient für die Ausstrahlung der in Abschnitt 3.2.3 vorgestellten Parametrisierung von Sellers ist. Es soll hier nicht unerwähnt bleiben, daß Sellers, und unabhängig von ihm auch Budyko, damit im Jahr 1969 den Grundstein für die Modellierung des Klimas legten.

Im folgenden Abschnitt wird das Problem der Linearisierung in einem wechselwirkenden Rückkopplungsnetz ausführlich diskutiert.

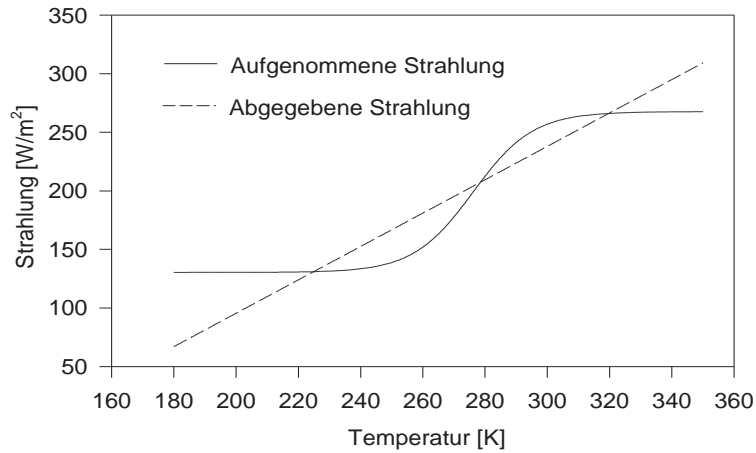


Abbildung 3.6: Beispiel für ein bistabiles System. Aufgenommene (durchgezogene Linie) und abgegebene (unterbrochene Linie) Strahlung als Funktion der Temperatur. Von den drei stationären Zuständen ist der mittlere instabil.

Zum Problem des linearen Feedbacks

Betrachten wir nun ein Modell, in dem aufgenommene und abgegebene Energie nicht nur von der Temperatur T direkt abhängen, sondern auch von externen Einflüssen E_i und internen Rückkopplungen $R_j(T)$. Externe Einflüsse können anthropogen (z.B. Treibhausgase, Waldrodung) oder natürlich (z.B. Vulkanausbrüche, Schwankungen der Solarkonstante) sein. Die internen Rückkopplungen können z.B. vom Wasserdampf, von Wolken, Wüstenausbreitung oder Änderungen der Eisbedeckung herrühren. Die Differentiale der Größen $S(T, R_j(T), E_i)$ und $L(T, R_j(T), E_i)$ haben folgende Form:

$$\begin{aligned}
 dS &= \sum_i \frac{\partial S}{\partial E_i} dE_i + \sum_j \left(\frac{\partial S}{\partial R_j} \frac{dR_j}{dT} \right) dT + \frac{\partial S}{\partial T} dT \\
 dL &= \underbrace{\sum_i \frac{\partial L}{\partial E_i} dE_i}_{\text{direkter Einfluß der Störung}} + \underbrace{\sum_j \left(\frac{\partial L}{\partial R_j} \frac{dR_j}{dT} \right) dT}_{\text{interne Rückkopplung}} + \underbrace{\frac{\partial L}{\partial T} dT}_{\text{direkter Temperatureinfluß}}. \quad (3.15)
 \end{aligned}$$

Um das System von einem Gleichgewichtszustand in einen benachbarten Gleichgewichtszustand zu verschieben, muß $dS = dL$ sein, so daß folgt:

$$\sum_i \underbrace{\left(\frac{\partial S}{\partial E_i} - \frac{\partial L}{\partial E_i} \right) dE_i}_{-dQ_i} = \left\{ \underbrace{\left(\frac{\partial L}{\partial T} - \frac{\partial S}{\partial T} \right)}_{\lambda_0} + \sum_j \underbrace{\left(\frac{\partial L}{\partial R_j} - \frac{\partial S}{\partial R_j} \right) \frac{dR_j}{dT}}_{\lambda_j} \right\} dT. \quad (3.16)$$

Für die Temperaturreaktion ΔT auf einen Antrieb ΔQ_i folgt demnach:

$$\Delta T = \frac{-\Delta Q_i}{\lambda_0 + \sum_j \lambda_j}. \quad (3.17)$$

Die Sensitivität des Systems ist in dieser Formulierung aufgespalten in einen direkten Anteil und in die Wirkung der Rückkopplungen λ_j . Bezeichnet man $f_j = -\lambda_j/\lambda_0$ als Feedbackparameter des Rückkopplungsprozesses j , so folgt:

$$\lambda = \lambda_0 + \sum_j \lambda_j = \lambda_0 \left(1 + \sum_j \frac{\lambda_j}{\lambda_0} \right) = \lambda_0 (1 - \sum_j f_j) = \lambda_0 (1 - f). \quad (3.18)$$

$1 + f$ wird oft als Feedbackfaktor bezeichnet. Betrachtet man Gleichgewichtsauslenkungen (d.h. die Temperaturreaktion ΔT auf stationäre Störungen ΔQ), so gilt

$$\Delta T = \frac{\Delta Q}{\lambda_0} \frac{1}{1 + f} \quad (3.19)$$

Der Feedbackparameter gibt also folgende Information:

$f < 0$	negative Rückkopplung;	Schwächung des Signals
$f = 0$	keine Rückkopplung	
$0 < f < 1$	positive Rückkopplung;	Verstärkung des Signals
$f = 1$	Polstelle;	(keine physikalische Bedeutung)
$f > 1$	Umkehrung des Signals;	(keine physikalische Bedeutung)

Das hier vorgestellte oft verwendete Verfahren zur Abschätzung von Rückkopplungen wird den Prozessen nur gerecht, wenn zwischen den einzelnen Rückkopplungen keine Wechselwirkungen bestehen. Abb. 3.7 zeigt den Unterschied zwischen einem Rückkopplungsnetz, dessen Linearisierung keine zuverlässigen Ergebnisse erwarten läßt, und einer Rückkopplungskette, wie sie der linearisierten Modellvorstellung entspricht.

Um zu zeigen, daß selbst der Einfluß von bedeutenden Rückkopplungsmechanismen nicht gut bekannt ist, ist in Abb. 3.8 die Verteilung der Wolken-Rückkopplungsparameter von 19 verschiedenen GCM's gezeigt (Cess et al., 1990 und 1993). Er reicht von +.4 bis -.2, was einem Faktor von zwei in der Wirkung entspricht. Beachtenswert ist, daß zwei verschiedene GCMs (GFDL (Geophysical Fluid Dynamics Laboratory at Princeton, Wetherald und Manabe, 1988) und GISS (Goddard Institute for Space Studies, Hansen et al., 1984)) zwar den einzelnen Rückkopplungen unterschiedliches Gewicht geben, aber etwa den gleichen gesamten Rückkopplungsparameter erhalten, vergleiche Tab. 3.1.

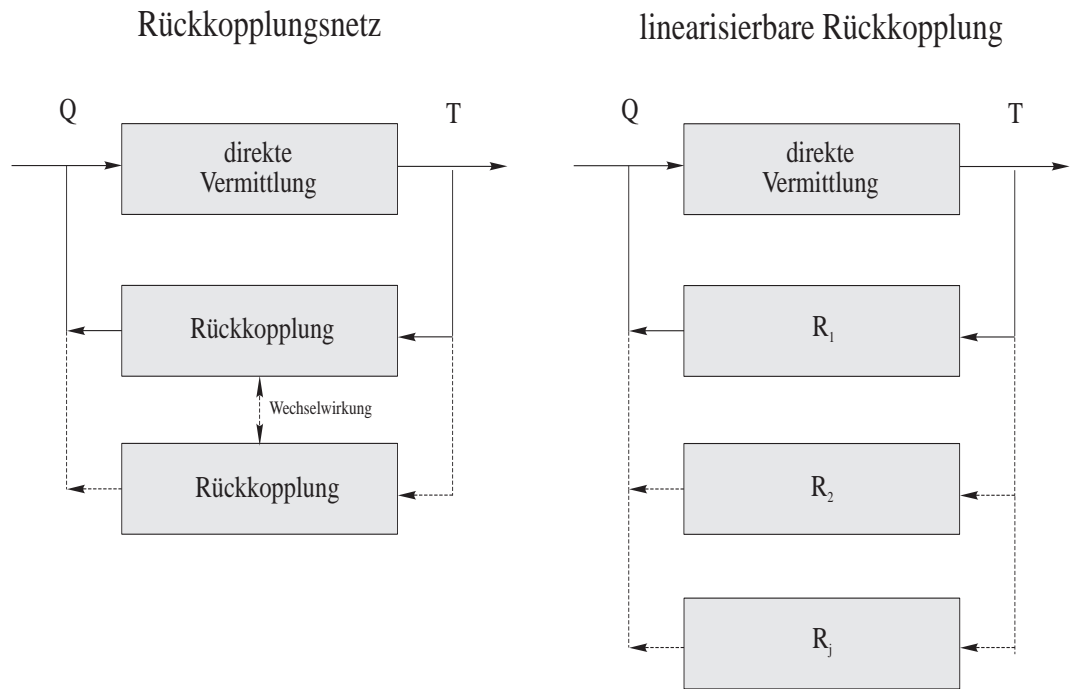


Abbildung 3.7: Rückkopplungsnetz und Rückkopplungskette. Wenn zwischen den Rückkopplungen Wechselwirkungen bestehen, ist das System nicht linearisierbar.

Tabelle 3.1: Vergleich verschiedener Rückkopplungsparameter in zwei unterschiedlichen Zirkulationsmodellen (Geophysical Fluid Dynamics Laboratory at Princeton, GFDL und Goddard Institute for Space Studies, GISS).

Rückkopplungsprozeß	GFDL	GISS
Oberflächenalbedo	.16	.09
Wasserdampf	.43	.40
Wolkenbedeckung	.11	.22
Summe	.70	.71

Daraus kann geschlossen werden, daß die betrachteten einzelnen Rückkopplungen weder quantitativ noch qualitativ gut genug bekannt sind, um sie zuverlässig explizit zu beschreiben. Dieses Problem tritt bei einer makroskopischen Beschreibung (wie sie in dieser Arbeit angestrebt ist) nicht auf. Im nächsten Abschnitt werden Strahlungstemperaturmodelle vorgestellt und an diesen der mögliche Einfluß von Rückkopplungen genauer dargestellt. Dabei wird sich zeigen, wie sensibel selbst einfache physikalisch fundierte (aber nicht-lineare) Ansätze auf Änderungen von Randbedingungen reagieren können.

3.2.2 Strahlungstemperaturmodelle

Die prognostische Variable von Strahlungstemperaturmodellen ist die Temperatur, die über das Stefan-Boltzmann-Gesetz ($L \sim T^4$) die Ausstrahlung bestimmt. Sie stellen

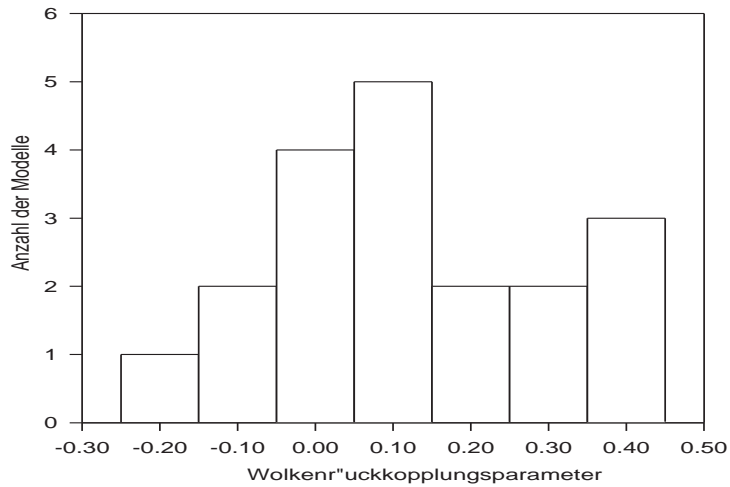


Abbildung 3.8: Verteilung der Wolkenrückkopplungsparameter von 19 GCM-Simulationen, nach Cess et al. (1990).

damit eine einfache Möglichkeit dar, um Gleichung in Gleichung (3.9) konkrete Ansätze einzuführen. Strahlungstemperaturmodelle basieren auf physikalischen Gesetzen erster Art und sind deshalb sehr glaubwürdig. Es existiert allerdings kein einfacher Zusammenhang zwischen der Strahlungstemperatur und der bodennahen Lufttemperatur. Die Probleme, die der Schluß von der Strahlungstemperatur auf die bodennahe Lufttemperatur bereitet, werden später diskutiert. Zunächst analysieren wir das einfachste Strahlungstemperaturmodell: den grauen Planeten.

Der graue Planet

Die Bilanzgleichung des grauen Planeten enthält keine empirischen Ansätze. Der Modellplanet nimmt die Strahlung $S = S_0 * (1 - \alpha_p)$ auf und gibt Strahlung entsprechend seiner Temperatur und seiner Emissivität ε ab. Demnach gilt für die Strahlungstemperatur folgende Bilanzgleichung:

$$c \dot{T}_g = S_0(1 - \alpha_p) - \varepsilon \sigma T_g^4 \quad (3.20)$$

mit:

- c = Wärmekapazität des Planeten
- T_g = Strahlungstemperatur
- S_0 = Energieflußdichte einfallender Strahlung
- α_p = planetare Albedo
- ε = Emissivität
- σ = Stefan-Boltzmann-Konstante.

Sie hat folgenden stationären Zustand:

$$T^* = \left(\frac{S_0(1 - \alpha_p)}{\varepsilon \sigma} \right)^{1/4}. \quad (3.21)$$

Die Strahlungsgleichgewichtstemperatur ist nur zur vierten Wurzel von $1 - \alpha_p$ und ε proportional und damit recht unsensibel. Von den vier Wurzeln sind zwei imaginär, eine negativ reell und eine positiv reell. Nur die letzte ist für unsere Untersuchungen von Interesse. Der graue Planet ist ein Potentialsystem mit dem Potential ϕ :

$$\phi = \phi_0 - \int \frac{1}{c} \{ S_0(1 - \alpha_p) - \varepsilon \sigma T_g^4 \} dT_g = -\frac{S_0(1 - \alpha_p)}{c} T_g + \frac{\varepsilon \sigma}{5c} T_g^5 + \phi_0. \quad (3.22)$$

Kennt man das Potential (Abb. 3.9), so hat man alle Information über das System in der Hand. Betrachten wir nun einen grauen Planeten mit den Eigenschaften der Erde. Die solare Strahlung hat eine Leistung I_0 von etwa 1370 W pro Quadratmeter Fläche, die senkrecht zur Strahlung ausgerichtet ist (in mittlerer Erdentfernung von der Sonne). Ein kugelförmiger Planet hat eine Querschnittsfläche, die nur ein Viertel seiner Oberfläche ausmacht. Deshalb kann man $S_0 = I_0/4$ setzen. Weiterhin habe der Planet die Eigenschaften $\alpha_p = .3$ und $\varepsilon = 1$ (d.h. er strahlt als schwarzer Körper). Daraus

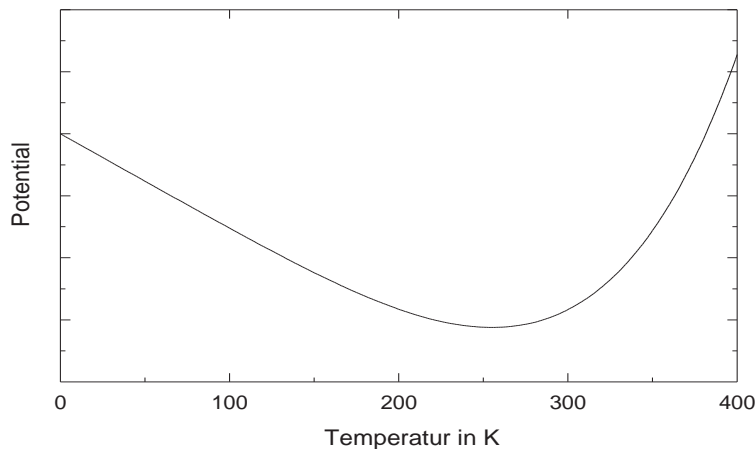


Abbildung 3.9: Potential des grauen Planeten. Er reagiert sensibler auf endliche negative als auf endliche positive Störungen.

folgt für die global stabile Gleichgewichtstemperatur der Wert $T^* = 255 \text{ K}$ und für den linearen Sensitivitätsparameter der Wert $\lambda = 3.8 \text{ W/m}^2 \text{ K}$, d.h. es werden 3.8 W/m^2 benötigt um das Gleichgewicht um 1 K zu verschieben. Man beachte, daß das System gegenüber endlichen negativen Störungen sensibler ist als gegenüber endlichen positiven (vergl. wiederum Abb. 3.9).

Die Strahlungstemperatur als Funktion von α_p und ε

Zwar enthält die Bilanzgleichung des grauen Planeten keine empirischen Ausdrücke, trotzdem ist sie ohne Vorgabe der Parameter α_p und ε nicht lösbar. Im Prinzip können beide Werte zwischen null und eins schwanken. Damit kann die Temperatur des grauen Planeten für jede beliebige Einstrahlung Werte zwischen 0 K und unendlich annehmen. Die Materialeigenschaften α_p und ε können auf der Erde aber nur zwischen bestimmten Werten schwanken. Die entsprechenden maximalen Schwankungsbreiten sind:

$$\begin{aligned}\alpha_p &\in [.1, .8] \\ \varepsilon &\in [.9, 1.] \end{aligned}$$

Abb. 3.10 zeigt die Abhängigkeit der Gleichgewichtstemperatur von α_p für verschiedene Werte von ε . Die Strahlungstemperatur der Erde ist damit auf einen Bereich zwischen

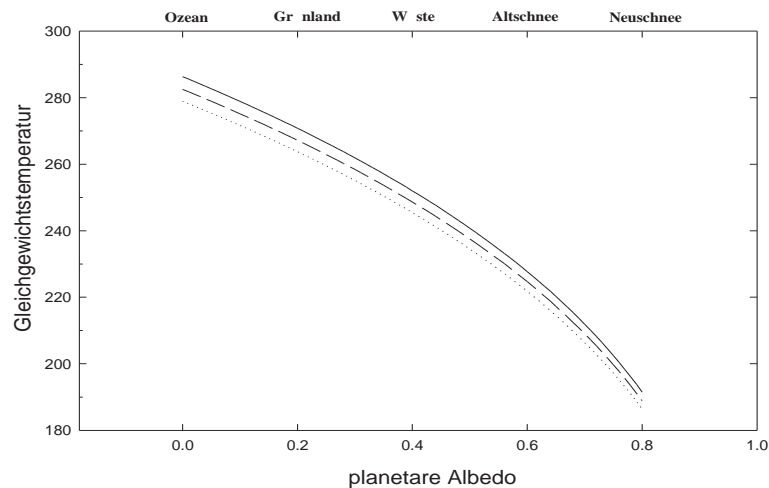


Abbildung 3.10: Gleichgewichtstemperatur des grauen Planeten als Funktion der planetaren Albedo für verschiedene Emissivitäten ε . Durchgezogene Linie entspricht $\varepsilon = .9$, unterbrochene Linie entspricht $\varepsilon = .95$ und gepunktete Linie entspricht $\varepsilon = 1$.

etwa 190 K und 280 K festgelegt. Da sie im Moment bei etwa 255 K liegt, kann sie “nur“ um maximal 25 K zu- aber um 65 K abnehmen.

Was nutzt die Kenntnis der Strahlungstemperatur?

Von der Strahlungstemperatur T^* läßt sich über den mittleren vertikalen Temperaturgradienten γ bequem auf die Erdoberflächentemperatur $T_s = T^* - \gamma z^*$ schließen. Man muß dazu nur die mittlere Höhe innerhalb der Atmosphäre kennen, in der die Strahlungstemperatur herrscht. Andererseits kann man aus der beobachteten Erdoberflächentemperatur auch auf die Höhe z^* schließen. Dazu muß man den mittleren vertikalen Temperaturgradienten γ kennen. Dieser folgt wiederum aus Beobachtungen. Sein Wert von $\gamma = -6.5\text{ K/km}$ ist in der Internationalen-Standard-Atmosphäre (ISA) festgelegt.

Aus einer mittleren bodennahen Lufttemperatur von 288 K folgt demnach eine Höhe von etwa 5 km . Dieser einfache Zusammenhang zwischen Strahlungs- und Erdoberflächentemperatur legt nahe, daß Berechnungen der Strahlungstemperatur verwendet werden können, um auf die bodennahe Lufttemperatur zu schließen. Das ist jedoch irreführend, weil der vertikale Temperaturgradient nicht konstant bleiben muß. Um zu zeigen, wie sensibel dieser Zusammenhang durch Prozesse innerhalb der Atmosphäre gestört werden kann, lohnt sich ein Vergleich zwischen Erde und Venus. In Abb. 3.11 ist der Strahlungshaushalt der Erde mit dem der Venus verglichen, die etwa doppelt soviel Strahlung angeboten bekommt, wegen ihrer hohen Albedo (Totalbewölkung) aber nur halb soviel aufnimmt und deshalb eine niedrigere Strahlungstemperatur hat. Wegen des

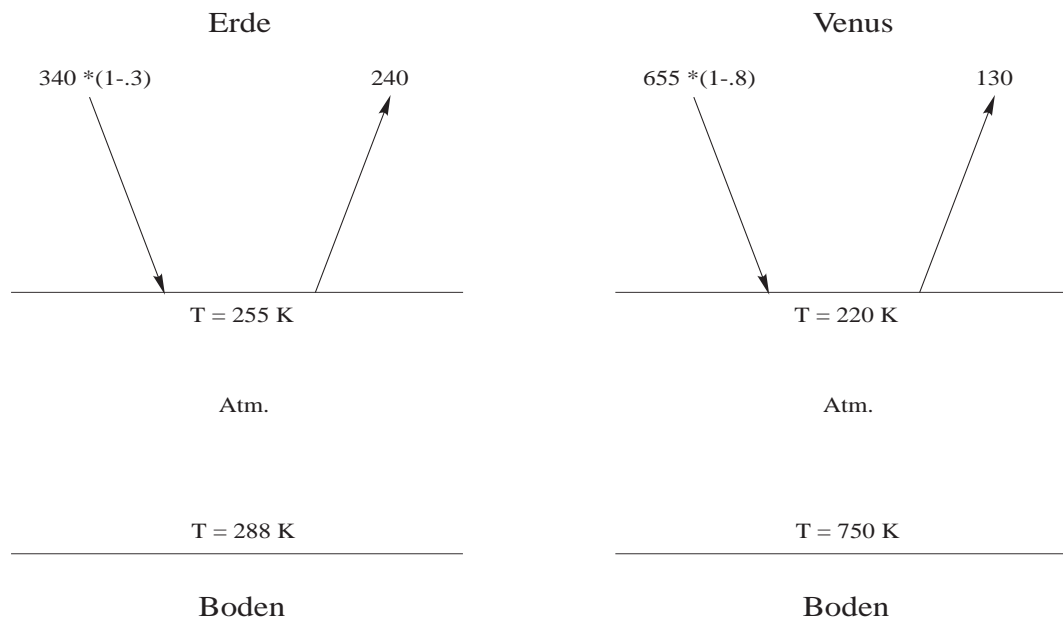


Abbildung 3.11: Strahlungsflußdichte aufgenommener und abgegebener Strahlung in W/m^2 , sowie Strahlungstemperatur und Oberflächentemperatur von Erde und Venus im Vergleich, Daten aus Henderson-Sellers (1983).

viel größeren Treibhauseffekts auf der Venus ist die Oberflächentemperatur dort fast dreimal so hoch wie auf der Erde. Die inneratmosphärischen IR-Strahlungsflüsse sind auf der Venus etwa 50 mal so groß wie auf der Erde (Daten aus Henderson-Sellers, 1983). Der Vergleich zwischen Erde und Venus zeigt deutlich, daß man die inneratmosphärischen Energieflüsse kennen muß, um von der Strahlungstemperatur auf die Oberflächentemperatur zu schließen. Es ist deshalb nicht möglich, mit Strahlungstemperaturmodellen auf die Wirkung eines veränderten Treibhauseffekts zu schließen (s. Kap. 5.4). Im nächsten Abschnitt werden die Probleme von Parametrisierungen an diesem Beispiel genauer untersucht.

Invarianzbrechung bei Parametrisierungen

Diesem Abschnitt liegt eine Arbeit von C. Essex (1991) zu Grunde. Physikalische Vorhersagbarkeit basiert auf Invarianzen, wie z.B. Impuls-, Massen- und Energieerhaltung.

Daraus sind die dynamischen Grundgleichungen der Atmosphäre hergeleitet. Jede Parametrisierung führt neue Ad-hoc-Invarianzen ein, die an den Ist-Zustand angepaßt sind. Je mehr Parametrisierungen ein Modell verwendet, desto mehr Ad-hoc-Invarianzen werden vorausgesetzt. EBM's kommen mit sehr wenigen Annahmen (Ad-hoc-Invarianzen) aus. GCM's sind die Klimamodelle mit den meisten Parametrisierungen. Falls an entscheidender Stelle eine Invarianzbrechung stattfindet (d.h. daß eine konstant gesetzte Größe nicht konstant ist), ist die gesamte Prognose wertlos. Man muß bei einem Modell sicherstellen, daß das nicht der Fall ist. Im obigen Beispiel kann T_s aus z^* berechnet werden, indem T^* und γ konstant gesetzt werden. Es gilt dann $dT_s = \gamma dz^*$. Eine Änderung von γ entspricht einer Änderung der thermischen Schichtung der Atmosphäre und eine Änderung von T^* entspricht einer Änderung der Albedo (bzw. einer Änderung der Emissivität). Um nun zu entscheiden, wie robust die Parametrisierung ist, kann man fragen, wie stark sich die thermische Schichtung oder die Albedo ändern müßten, um eine Erhöhung der bodennahen Lufttemperatur um z.B. 2 K auszugleichen.

1. Brechung der γ -Invarianz:

Hier folgt für dT_s :

$$dT_s = \left(\gamma + z^* \frac{d\gamma}{dz^*}\right) dz^*. \quad (3.23)$$

T_s ist dann unabhängig von z^* , wenn $d\gamma/dz^* = \gamma^2/(T^* - T_s)$ ist. Um eine Erwärmung von 2 K am Boden zu unterdrücken, muß für die oben angegebenen Werte γ von -6.5 K/km auf -6.11 K/km ansteigen. Das ist eine Änderung von nur 6% .

2. Brechung der T^* -Invarianz:

Setzt man die Emissivität konstant, so hängt T^* nur noch von der Albedo ab:

$$dT^* = -Q/(4\varepsilon\sigma T^{*3}) d\alpha_p. \quad (3.24)$$

Eine bodennahe Erwärmung durch den Treibhauseffekt wird durch eine Strahlungstemperaturänderung voll ausgeglichen, wenn gilt $dT^* = -\gamma dz^*$. Verwendet man obige Werte, so reicht eine Albedoerhöhung um $.022$, das sind 7.3% , aus, um einen Treibhauseffekt von 2 K zunichte zu machen.

Zusammenfassend können wir sagen, daß Veränderungen in der Schichtung (Änderungen der Konvektion) und der Albedo (z.B. Änderung des Bedeckungsgrads) die Vorhersage der bodennahen Lufttemperatur empfindlich beeinflussen können. Es ist daher dringend erforderlich, robuste Parametrisierungen für die atmosphärischen Rückkopplungen zu verwenden. Dies geschieht in Oberflächentemperaturmodellen, die im nächsten Abschnitt diskutiert werden.

3.2.3 Oberflächentemperaturmodelle

Oberflächentemperaturmodelle sind im allgemeinen Modelle mit empirischen Ansätzen, da kein detaillierter Zusammenhang zwischen den Strahlungsprozessen und der Oberflächentemperatur T_s gegeben ist. Andererseits bieten solche Modelle den großen Vorteil,

daß man die Variationen der Oberflächentemperatur mit den Variationen der bodennahen Lufttemperatur gleichsetzen kann. Somit tritt das wesentliche Problem bei der Verwendung von Strahlungstemperaturmodellen nicht auf. Es wurden sowohl nulldimensionale (global gemittelte), eindimensionale (nach der geographischen Breite auflösende) als auch zweidimensionale Oberflächentemperaturmodelle (North, 1988) entwickelt. Für die Bilanzgleichung der Oberflächentemperaturmodelle müssen empirische Ansätze $S(T_s)$ und $L(T_s)$ verwendet werden.

Nulldimensionale Oberflächentemperaturmodelle

Nulldimensionale Oberflächentemperaturmodelle wurden mit sehr vielen Ansätzen für $S(T_s)$ und $L(T_s)$ betrieben, z.B. North und Coakley (1979), Budyko (1969), Fraedrich (1978), Griffel und Drazin (1981); ein Überblick findet sich bei Bayer (1989). Man kann diese direkt in Gleichung (3.9) einsetzen. Bei der Verwendung verschiedener nichtlinearer Ansätze muß darauf geachtet werden, daß sie vom physikalischen Gehalt zusammenpassen. Im folgenden soll ein Gegenbeispiel untersucht werden, in dem es allein durch die Wahl der Parametrisierungen zu Katastrophen kommen kann. Es werden

$$\begin{aligned} S(T_s) &= S_o(1 - \alpha(T_s)), \\ L(T_s) &= \varepsilon(T_s, m)\sigma T_s^4 \end{aligned} \tag{3.25}$$

gesetzt, wobei m der Bedeckungsgrad ist. Die Inkonsistenz liegt nun darin, daß die Parametrisierung der Bedeckung zwar einen Einfluß auf die Ausstrahlung, nicht aber auf die Einstrahlung hat. Es werden folgende Parametrisierungen verwendet:

$$\begin{aligned} \alpha(T_s) &= .42 - .2 \tanh [.052(T_s - 276.15K)]; & \text{Warren und Schneider (1979);} \\ \varepsilon(T_s) &= 1 - m \tanh \left(\frac{T_s^6}{T_0^6} \right); & \text{Sellers (1969).} \end{aligned} \tag{3.26}$$

Abb. 3.12 zeigt den Verlauf der aufgenommenen und abgegebenen Energie in Abhängigkeit von der Temperatur für drei verschiedene Bedeckungsgrade. Für Bedeckungsgrade ab knapp 50% hat das System drei stationäre Zustände, von denen zwei stabil sind. Befindet sich das System nun in dem wärmeren stabilen stationären Zustand und verringert sich der Bedeckungsgrad auf Werte knapp unter 50%, so existiert nur noch ein stationärer stabiler Zustand bei einer um etwa 75K niedrigeren Temperatur. Man kann zeigen, daß das System ohne äußere Störungen erst bei einem Bedeckungsgrad von etwa 90% aus diesem Zustand herauskäme (unter der Annahme, daß die Parametrisierung bei so hohen Bedeckungsgraden noch ihre Gültigkeit besitzt). Dieses Beispiel zeigt uns, daß man bei der Verwendung nichtlinearer Ansätze sehr vorsichtig sein muß, da das Systemverhalten von kleinen Änderungen der Parameterwerte empfindlich abhängen kann. Wir werden deshalb im folgenden nur lineare Ansätze verfolgen, um zu sehen,

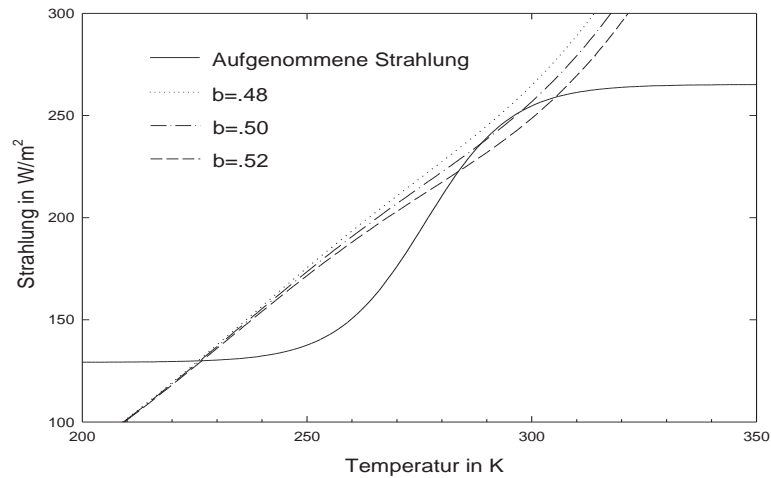


Abbildung 3.12: Sensitive Abhängigkeit der Gleichgewichtszustände vom Bedeckungsgrad-Parameter m der Ausstrahlung. Strahlungsaufnahme (durchgezogene Linie) und -abgabe bei $m=.52$ (unterbrochene Linie), $m=.5$ (Strich-Punkt-Linie) und $m=.48$ (gepunktete Linie). Im letzten Fall existiert nur ein stationärer Zustand.

wie gut diese die Realität (makroskopisch) beschreiben. Wenn es damit gelingt, gemessene Temperaturverläufe zu beschreiben, können wir unter der Annahme, daß im Klimasystem kein Strukturwandel (vergl. Kap. 3.1.4) stattfindet, eine Prognose wagen. Andernfalls (d.h. falls es nicht gelingt, Temperaturverläufe mit einem linearen Modell zu beschreiben) haben wir eine Grundlage, die wir durch nichtlineare Ansätze erweitern können. Bevor wir uns damit beschäftigen, bleibt noch die Frage, welche räumliche Auflösung ein Modell haben muß, um eine bestimmte zeitliche Auflösung zu erreichen, bzw. welchen Einfluß die räumliche Struktur auf die räumliche Mitteltemperatur hat.

Eindimensionale Oberflächentemperaturmodelle

Schon seit den siebziger Jahren wurden breitenabhängige Modelle entwickelt (North, 1975 b). Ziel ist es, vorherzusagen, in welchen Breiten klimatische Änderungen besonders stark ausfallen. Weiterhin ist eine breitenabhängige Betrachtung die Voraussetzung für eine jahreszeitliche Aufschlüsselung von Klimavariationen. Betrachtet man die Energiebilanz an einem bestimmten Breitenkreis, so ist dort nicht nur die Strahlungsbilanz als Wärmequelle zu berücksichtigen, sondern auch die Divergenz des meridionalen Wärmeflusses \mathbf{F}_h . Der Wärmefluß selbst wird in EBM's oft über den Gradienten der Temperatur angesetzt. Damit erhält man das System aus den folgenden zwei partiellen Differentialgleichungen:

$$c \dot{T} = S - L - \nabla \cdot \mathbf{F}_h, \quad (3.27)$$

$$\mathbf{F}_h = -D \nabla T, \quad (3.28)$$

wobei D ein Wärmediffusionskoeffizient ist. Die räumliche Auflösung erlaubt auch eine räumliche Abhängigkeit aller Parameter (z.B. der Wärmekapazität und der Albedo). Das so entstehende Gleichungssystem kann nun entweder numerisch gelöst werden (durch räumliche Diskretisierung), oder spektral. Eine spektrale Lösung bietet sich an, wenn man Gleichung (3.28) in Gleichung (3.27) einsetzt. Damit enthält die Gleichung den Laplace-Operator, der auf der Kugel die sog. Kugelflächenfunktionen als Eigenfunktionen hat. Da wir hier nur den eindimensionalen Laplace-Operator auf der Kugel betrachten, kann dieser durch eine unendliche Reihe von Legendre-Polynomen $P_i(x)$ (als Eigenfunktion) ersetzt werden ($x = \sin(\text{geogr. Breite})$). Für die Temperatur $T(t, x)$ führt das zu folgender Entwicklung in das orthogonale Funktionensystem:

$$T(t, x) = T_0(t) P_0(x) + T_1(t) P_1(x) + T_2(t) P_2(x) + \dots \quad (3.29)$$

Da die einzelnen Anteile orthogonal zueinander sind, kann die so entstandene Differentialgleichung (mit unendlich vielen Termen) in eine unendliche Folge von Differentialgleichungen für die einzelnen Moden $T_i(t)$ zerlegt werden. Dabei enthalten die gradzahligen Polynome nur hemisphärisch symmetrische Anteile und die ungradzahligen Polynome nur hemisphärisch antisymmetrische Anteile.

Je mehr Moden man untersucht, desto höher ist die räumliche Auflösung, aber desto mehr Differentialgleichungen müssen simultan gelöst werden. Zu jeder räumlichen Skala gehört eine zeitliche Skala (Relaxationszeit der n -ten Amplitude), die gegeben ist durch $\tau_n = c/(n(n+1)D + 1)$. Für die ersten fünf Zeitkonstanten einer hemisphärisch symmetrischen Approximation mit den Werten von Kiehl (1992) $c = 2 * 10^8 \frac{J}{m^2K}$ und $D = .375 \frac{W}{m^2K}$ folgt:

$$\begin{aligned} \tau_0 &\approx 6.3 \text{ Jahre} \\ \tau_2 &\approx 1.95 \text{ Jahre} \\ \tau_4 &\approx .74 \text{ Jahre} \\ \tau_6 &\approx .37 \text{ Jahre} \\ \tau_8 &\approx .23 \text{ Jahre} \end{aligned}$$

Für eine jahreszeitliche Auflösung in einem hemisphärisch symmetrischen Modell sind also mehr als fünf Differentialgleichungen simultan zu lösen. Dabei ist zu beachten, daß mit zunehmender räumlicher Auflösung der Fluß-Gradient-Ansatz eine immer schlechtere Approximation ist. Das ist leicht einzusehen. Betrachtet man als Anschauungsbeispiel einen Bergbach, so kann man dessen Fließgeschwindigkeit proportional zu seinem Gefälle ansetzen. Betrachtet man aber die Überströmung eines im Wasser liegenden Steines, so wird dieser Gradientansatz versagen, denn dort fließt das Wasser entgegen dem Gradienten aufwärts über den Stein. Allgemein gilt also ein Gradientansatz nur auf räumlichen Skalen, die deutlich größer sind als die Skala des Transportmechanismus. Der Wärmetransport in der Atmosphäre findet auf der synoptischen Skala von etwa 10^3 km statt. Eine solche Auflösung kann also prinzipiell mit Gradientansätzen nicht erreicht werden. Wir sehen also, daß die Möglichkeit der räumlichen Auflösung von EBM's prinzipiellen Schranken unterworfen ist (sofern man Fluß-Gradient-Beziehungen verwendet). Weiter können wir schließen, daß in einem linearen eindimensionalen Modell alle räumlichen Größenordnungen voneinander separiert werden können, d.h. insbesondere, daß die zeitliche Änderung der Mitteltemperatur nicht mit der Temperaturverteilung gekoppelt ist.

In den siebziger und achtziger Jahren wurden eine Reihe von Untersuchungen mit spektral gelösten eindimensionalen EBM's gemacht (Chylek und Coakley (1974), North (1975a und b), Drazin und Griffel (1977), Cahalan und North (1979)). North und Coakley (1979) haben den Jahresgang und die Breitenabhängigkeit der Einstrahlung, Ausstrahlung und Albedo bis zum zweiten Fourier-Legendre-Polynom entwickelt und damit den Jahresgang und die Breitenabhängigkeit der Temperatur sehr gut simuliert. Man darf sich aber durch die gute Übereinstimmung der Anpassung und der daraus folgenden Temperaturverteilung nicht darüber hinwegtäuschen lassen, daß mit dieser Modellvorstellung keine jahreszeitlich aufschlüsselnde Prognose möglich ist, da der jahreszeitliche Verlauf der Parameter und Variablen durch eine Fourier-Entwicklung an Messungen vorgegeben wurde. Ein solches Modell kann also keine Veränderungen im Jahresgang vorhersagen.

Bei der Legendre-Entwicklung im Zusammenhang mit linearer Ausstrahlung und einem Gradientansatz tritt ein weiteres generelles Problem auf. Alle Temperaturamplituden $T_i(t)$ sind proportional zur Stärke der aufgenommenen Strahlung, d.h. je mehr Energie in das System hineinfließt, desto stärker werden alle Temperaturgegensätze. Dies steht in starkem Gegensatz zu paläoklimatologischen Messungen. Diese haben gezeigt, daß in Warmzeiten die breitenabhängigen Temperaturgegensätze deutlich geringer waren als in Kaltzeiten (Hoffert und Covey, 1992). Es stellte sich heraus, daß die Temperatur in Äquatornähe sehr unsensibel gegenüber Änderungen in der Strahlungsbilanz ist, hohe Breiten hingegen besonders sensibel reagieren. Demnach sind Warmzeiten mit verringerten Temperaturgradienten verbunden. Dieser Einwand läßt Prognosen mit spektral gelösten eindimensionalen Klimamodellen, wie sie hier vorgestellt wurden, als unglaubwürdig erscheinen. Wir werden deshalb einen anderen Weg einschlagen, der im nächsten Abschnitt vorgestellt wird.

3.2.4 Box-Modelle

Bei Box-Modellen handelt es sich um Modelle, die aus mehreren Speichern (s. Kap. 3.1.4) bestehen. Jeder Speicher wird durch eine Variable und somit auch durch eine Differentialgleichung beschrieben. Wir werden nun untersuchen, welche Untersysteme des Klimasystems als Energiespeicher (Boxen) für unsere Untersuchungen wichtig sind.

Vergleich der Energiereservoirs

Das Klimasystem wird gewöhnlich in folgende Untersysteme zerlegt: Atmosphäre, Ozean, Kryosphäre, Pedosphäre und Biosphäre. Diese Aufspaltung ist für die Betrachtung von Energiebilanzen nicht günstig. Für die Konstruktion eines Box-Modells muß eine für diese Fragestellung optimale Zerlegung des Klimasystems gefunden werden. Dazu ist die Kenntnis von der Größe der einzelnen Energiespeicher Voraussetzung. Der Wärmestrom vom Erdinneren zur Erdoberfläche ist mit 60 bis $300 \frac{mW}{m^2}$ im Vergleich zu den dort stattfindenden Energieflüssen sehr gering (Berckhemer, 1990). Daher kann der Einfluß der Pedosphäre vernachlässigt werden. Es bleibt eine wenige Meter tiefe Schicht an der Erdoberfläche (im folgenden als Festland bezeichnet), auf die später eingegangen wird. Zusätzlich bleibt die in der Biosphäre gespeicherte Energie unberücksichtigt. Rechnet man weiterhin die thermische Energie der Kryosphäre der thermischen Energie des

Ozeans zu (6.4% des Ozeans ist mit Eis bedeckt, das entspricht 65% der Kryosphärenoberfläche (Schönwiese, 1994)), so müssen nur noch die Energieinhalte von Atmosphäre und Ozean verglichen werden. In Tab. 3.2 sind die verschiedenen Energieinhalte von Ozean und Atmosphäre und deren Jahresgangamplituden in GJ/m^2 angegeben. Wie man sieht, sind die thermische und potentielle Energie des Ozeans besonders hoch. Betrachtet man aber zusätzlich die Sensitivität in Form der Jahresgangamplituden, so sieht man, daß die zweitstärkste jahreszeitliche Änderung in der thermischen Energie der Atmosphäre zu finden ist. Man beachte, daß die kinetische Energiemenge der Atmosphäre um drei Zehnerpotenzen und deren jahreszeitliche Schwankungen um zwei Zehnerpotenzen kleiner sind als die thermische Energie. Will man die Wechselwirkungen zwischen den Energieformen beschreiben, so ist es wichtig, sie mit gleicher absoluter Genauigkeit zu kennen. Dies zeigt noch einmal deutlich, wie ehrgeizig das Unternehmen GCM ist.

Hier hingegen wird versucht, das Verhalten der größten im Klimageschehen aktiven Energiespeicher zu simulieren und es wird angenommen, daß dies mit einer makroskopischen Dynamik geleistet werden kann. Diese größten klimatisch aktiven Energiespeicher sind die thermische Energie E_i von Atmosphäre und Ozean. Aber auch die potentielle und latente Energie der Atmosphäre dürfen keinesfalls vernachlässigt werden. Da es sehr aufwendig wäre, die potentielle und latente Energie explizit mitzuberechnen, wird hier die Annahme gemacht, daß sie sich im wesentlichen so verhalten wie die thermische Energie der Atmosphäre, d.h. linear proportional zur Temperatur. Über die Wärmekapazität der Subsysteme c_i kann man den Subsystemen mittlere Temperaturen T_i zuordnen:

$$E_i = c_i T_i. \quad (3.30)$$

Für die Wärmekapazität der Atmosphäre darf dann nicht die meßbare Größe eingesetzt werden, sondern ein korrigierter Wert, der den Einfluß der latenten und potentiellen Energie berücksichtigt. Für die Gesamtenergie gilt $E = \sum E_i = \sum (c_i * T_i)$.

Betrachten wir nun die Wärmekapazitäten einiger Subsysteme. In Tab. 3.3 bedeutet Festland eine wenige Meter tiefe Schicht, die an den Jahresgang der Atmosphärentemperatur angeschlossen ist. Es werden zwei Ozeanschichten unterschieden: Die Mischungsschicht an der Oberfläche und der darunterliegende tiefere Ozean. Durch ihre unterschiedliche thermische Schichtung haben sie unterschiedliche Wärmediffusionszeiten (Die Wärmediffusionszeit ist definiert durch das Verhältnis aus dem Quadrat der Schichttiefe zum Wärmediffusionskoeffizienten).

Ein Vergleich der Wärmekapazitäten von Festland einerseits und Atmosphäre sowie ozeanischen Mischungsschicht andererseits zeigt, daß der Fehler durch Vernachlässigung des Festlandes als Wärmespeicher gering ist. Es scheint demnach für unsere Zwecke auszureichen, nur die Atmosphäre, die ozeanische Mischungsschicht und den darunterliegenden tieferen Ozean zu betrachten. Dies führt zu folgenden Modellgleichungen:

$$c_a \dot{T}_a = -F_{am} + S - L, \quad (3.31)$$

$$c_m \dot{T}_m = +F_{am} - F_{mo}, \quad (3.32)$$

$$c_o \dot{T}_o = +F_{mo}, \quad (3.33)$$

mit:

Tabelle 3.2: Vergleich verschiedener Energiespeicher in Atmosphäre und Ozean in GJ/m^2 ; nach Peixoto und Oort (1992).

Energieform	Atmosphäre	Ozean
thermisch	1.8	4520
potentiell	.7	60
kinetisch	.001	$.8 * 10^{-5}$
latent	.06	
Energieform	Jahresgang Atm.	Jahresgang Ozean
thermisch	.01	.18
potentiell	.004	$< 10^{-4}$
kinetisch	$2 * 10^{-4}$	$< 10^{-6}$
latent	.006	

Tabelle 3.3: Vergleich verschiedener Energiespeicher und Wärmediffusionszeiten nach Hoffert und Flannery (1985).

Teilspeicher	Wärmekapazität $MJ/(Km^2)$	Wärmediffusionszeiten Jahre
Festland	1.6	.3
Atmosphäre	10	.2
ozeanische Mischungsschicht	210	.3
Tiefer Ozean	8460	8000

- T_a = Temperatur der Atmosphäre
 T_m = Temperatur der ozeanischen Mischungsschicht
 T_o = Temperatur des tieferen Ozeans
 c_a = Wärmekapazität der Atmosphäre
 c_m = Wärmekapazität der ozeanischen Mischungsschicht
 c_o = Wärmekapazität des tieferen Ozeans
 F_{am} = Wärmefluß zwischen Atmosphäre und Mischungsschicht
 F_{mo} = Wärmefluß zwischen Mischungsschicht und tieferem Ozean
 S = absorbierte solare Energie pro Zeiteinheit
 L = emittierte Wärmestrahlung.

Für die Flüsse zwischen den Boxen verwenden wir den linearen Ansatz

$$F_{ij} = \lambda_{ij} (T_i - T_j) \quad (3.34)$$

mit den Austauschkoeffizienten λ_{ij} . Ein solcher Ansatz wurde zuerst von Dickinson (1981) näher untersucht (allerdings mit einem völlig anderen Ziel). Wenn wir die von ihm verwendeten Parameterwerte übernehmen, erhalten wir für die Relaxationszeiten (vergl. Kap. 3.2.1) der Gleichungen (3.31 - 3.33):

$$\begin{aligned}
 \tau_a &\approx 3.5 \text{ Tage} \\
 \tau_m &\approx .21 \text{ Jahre} \\
 \tau_o &\approx 50 \text{ Jahre}
 \end{aligned}$$

Wie man sieht, sind diese Relaxationszeiten sehr unterschiedlich, so daß man erwarten kann, daß für verschiedene Zeitskalen verschiedene Vereinfachungen möglich sind. Um das genauer zu untersuchen, wurden Einschaltexperimente (d.h. zu einem bestimmten Zeitpunkt wird ein konstanter Antrieb eingeschaltet) mit verschiedenen Approximationen durchgeführt. Dabei wurde das sich im Gleichgewicht befindende System mit einer konstanten Störung von $S = 1W/m^2$ angetrieben. Dann sind gemäß Abschnitt 3.2.1. alle Temperaturen als Störtemperaturen aufzufassen. Für den Relaxationsterm L wird der linearisierte Ausdruck λT_a mit $\lambda = 2.4 \frac{W}{m^2 K}$ (Dickinson, 1981) verwendet. In Tabelle 3.4 sind die den Zeitverlauf der Atmosphärentemperatur charakterisierenden Größen für die verschiedenen Approximationen dargestellt. Würde man ausschließlich die Atmosphäre betrachten, bekäme man 100% der Reaktion mit einer Relaxationszeit von 70 Tagen. Betrachtet man eine Atmosphäre, die auf einer Mischungsschicht (Mischungsschichtoberfläche 70% der Atmosphärenoberfläche) von konstant gehaltener Temperatur ruht, so ist die Reaktion nur 5% des Wertes der isolierten Atmosphäre. Dieser Wert wird in einem Zwanzigstel der Zeit erreicht. Die konstant gehaltene Mischungsschichttemperatur wirkt wie ein Wärmebad und läßt eine stärkere Reaktion nicht zu. Im nächsten Beispiel wird die Atmosphäre mit der Mischungsschicht gekoppelt. Dadurch werden 5% mit einer Relaxationszeit von 3.5 Tagen und 95% mit einer Relaxationszeit von 4.6 Jahren erreicht. Da diese Zeitskalen sehr unterschiedlich sind, bietet es sich an, die atmosphärische Relaxationszeit zu vernachlässigen. Dies geschieht, indem die zeitliche Ableitung der Atmosphärentemperatur null gesetzt wird. Für die Atmosphäre gilt somit eine diagnostische Gleichung der Form $T_a = T_a(T_m, S)$. Dies bedeutet, daß die Atmosphäre immer in einem Gleichgewicht ist, das ihr von der Mischungsschicht und dem äußeren Antrieb vorgegeben wird. 4% des Signals werden deshalb sofort erreicht, die restlichen 96% mit einer Relaxationszeit von 4.4 Jahren. Im vierten Experiment wird unter die Mischungsschicht eine konstante Tiefenozeantemperatur vorgegeben. Damit hat man zwei dynamische Boxen (Atmosphäre und Mischungsschicht) an ein Wärmebad angeschlossen. Der tiefere Ozean nimmt zwar Wärme auf, erwärmt sich dabei aber nicht. Dies ist der Grenzfall eines unendlich tiefen Ozeans. In diesem Modell werden, ähnlich wie im zweiten Fall, nicht die 100% des erwarteten Signals erreicht. Die Atmosphäre erreicht 2.5% mit der Relaxationszeit von 3.5 Tagen und 53% mit der Relaxationszeit von 2.4 Jahren. Im Fall der diagnostisch approximierten Atmosphäre werden wieder 4% sofort erreicht, aber nur 51% mit einer Relaxationszeit von 2.3 Jahren. Die exakte Lösung des Gleichungssystems mit einem 1000m tiefen Ozean führt dazu, daß 5% in wenigen Tagen, 49% in wenigen Jahren und 46% mit einer Relaxationszeit von 96 Jahren erreicht werden. Die Version mit diagnostischer Atmosphäre unterscheidet sich davon durch die sofortige Reaktion des atmosphärischen Anteils. Die Werte sind in Tabelle 3.4 noch einmal zusammengefaßt. Wie man sieht, kann man die thermische Trägheit der Atmosphäre auf der Zeitskala ab mehreren Wochen vernachlässigen.

Bevor wir uns mit diesem Modell weiter beschäftigen, werden wir zunächst der Frage nachgehen, ob andere Ansätze für den tieferen Ozean angebracht sind.

Tabelle 3.4: Vergleich verschiedener Approximationen im Einschaltexperiment.

Modell	exakt		diagnostisch approximierte Atmosphäre	
	Anteil	Relaxationszeit	Anteil	Relaxationszeit
Atmosphäre	100%	70 Tage		
Atmosphäre und konst. Mischungsschichttemp.	5%	3.5 Tage		
Atmosphäre und Mischungsschicht ($h_m = 75 m$)	5%	3.5 Tage	4%	sofort
	95%	4.6 Jahre	96%	4.4 Jahre
Atmosphäre und Mischungsschicht und konst. Ozeantemp.	2.5%	3.5 Tage	4%	sofort
	53%	2.4 Jahre	51%	2.3 Jahre
Atmosphäre, Mischungsschicht und tiefer Ozean ($h_o = 1000m$)	5%	3.5 Tage	4%	sofort
	49%	2.4 Jahre	49%	2.3 Jahre
	46%	96 Jahre	47%	96 Jahre

Vergleich verschiedener Ozeanapproximationen

Der Boxozean scheint eine sehr grobe Näherung an die tatsächlichen Verhältnisse zu sein, denn in ihm findet ein unendlich schneller Wärmetransport statt, und der Wärmeaustausch zwischen Mischungsschicht und tieferem Ozean ist proportional zu dessen Mitteltemperatur. Deshalb wurden noch weitere Approximationen entwickelt. Eine davon ist der Diffusionsozean. Der Wärmefluß in den tieferen Ozean führt in diesem Fall zu einem vertikalen Temperaturgradienten, der wiederum den Fluß hemmt. Eine exakte Lösung des Diffusionsozeans wurde von Lebedeff (1988) angegeben. Ihr zu Folge gilt für die Störtemperatur der Atmosphäre:

$$T_a = a + b \left\{ 1 + \frac{1}{w - 1/w} \left[\frac{\exp(t w^2)}{w} \operatorname{erfc}(w\sqrt{t}) - w \exp(t/w^2) \operatorname{erfc}(\sqrt{t}/w) \right] \right\} \quad (3.35)$$

mit $w = \frac{1}{2\sqrt{k}} + \sqrt{\frac{1}{4k} - 1}$.

Die Parameter a, b und k folgen aus den physikalischen Vorgaben. Diese Lösung ist wegen der komplexen Argumente in den Errorfunktionen numerisch schon recht aufwendig.

Eine Approximation dafür geben Wigley und Schlesinger (1985) an:

$$T_a = a + b \exp \left\{ -(ct + 2e\sqrt{t}) \right\} \left\{ h \int_0^t \exp (ct' + 2e\sqrt{t'}) dt' \right\} \quad (3.36)$$

(mit a,b,c,e und h aus physikalischen Vorgaben).

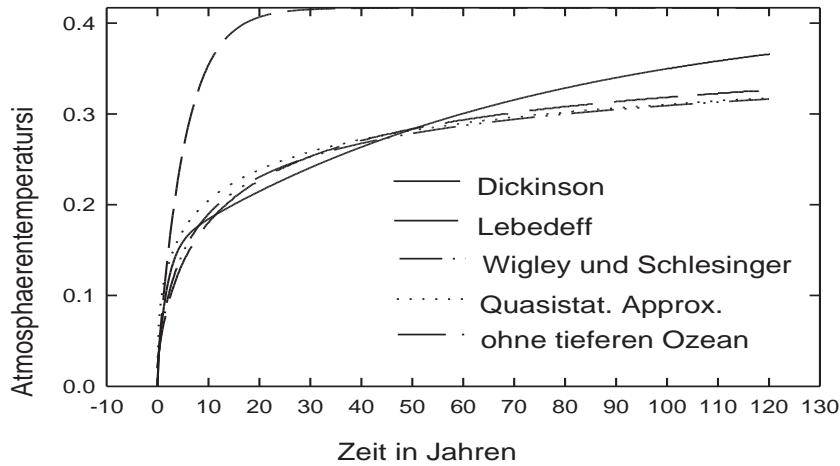


Abbildung 3.13: Atmosphärentemperaturreaktion bei verschiedenen Parametrisierungen für den tieferen Ozean im Einschaltexperiment. Boxozean nach Dickinson (durchgezogene Linie), exakte Lösung des Diffusionsozeans von Lebedeff (lang-gestrichelte Linie), Näherung von Wigley und Schlesinger (kurz-gestrichelte Linie), diagnostische Approximation (gepunktete Linie) und ohne tieferen Ozean (Strich-Punkt-Linie).

Aber auch hier muß für jeden zu prognostizierenden Zeitpunkt ein Integral numerisch gelöst werden. Für das Einschaltexperiment kann eine weiter vereinfachte Approximation angegeben werden, die hier diagnostische Approximation genannt wird (da die Störtemperatur der Mischungsschicht diagnostisch betrachtet wird) und die in Anhang C hergeleitet ist:

$$T_a = a + b \frac{\sqrt{t}}{\lambda\sqrt{t} + \gamma} \quad (3.37)$$

Abb. 3.13 zeigt die verschiedenen Approximationen des tieferen Ozeans und zum Vergleich den zeitlichen Verlauf der Atmosphärentemperatur bei völliger Vernachlässigung des tieferen Ozeans. Es zeigt sich, daß unter den schwierigen Bedingungen des Einschaltexperiments (schwierig, weil Sprung im Antrieb) alle Parametrisierungen für den Zeitraum der ersten etwa 100 Jahre dicht beieinander liegen. Wir ziehen daraus den Schluß, daß es wichtig ist, den tiefen Ozean zu berücksichtigen, aber nicht so wichtig ist, welche Approximation verwendet wird. Wir werden deshalb für weitere Untersuchungen dem einfachen Boxozean den Vorzug geben, der (s. Kap. 4.1.4) durch Vergleichsrech-

nungen mit einem Large Scale Geostrophic GCM des Hamburger Max-Planck-Instituts (Hasselmann et al., 1993) gerechtfertigt wird.

3.3 Wertung

Ausgehend von drei Systemarten haben wir in Abschnitt 3.1.1 gesehen, daß das Klimasystem die notwendige Bedingung für ein evolutionsfähiges System erfüllt. In 3.1.2 haben wir gesehen, daß man auf der Basis der originären Gleichungen zahlreiche Parametrisierungen einführen muß, um diese zu schließen und somit auf sehr aufwendige Modelle kommt. Wir haben deshalb beschlossen, einem makroskopischen Ansatz den Vorzug zu geben. In Abschnitt 3.1.3 haben wir gesehen, daß nur ein stark kausales System, das nicht strukturell instabil ist, eindeutig vorhersagbar ist. Daraus folgt, daß wir annehmen **müssen**, daß sich das Klimasystem auf den betrachteten räumlichen und zeitlichen Skalen wie ein solches verhält. Diese Annahme kann nur verifiziert werden, indem das zu erstellende Modell die Realität (Vergangenheit) beschreibt. Die Annahme kann nicht validiert werden. In Abschnitt 3.1.4 haben wir vier mögliche Grundbausteine von Bilanzmodellen betrachtet. Wir haben dabei gesehen, daß schon mit sehr einfachen Modellvorstellungen sehr komplexes Verhalten beschreibbar ist. In Abschnitt 3.2.1 wurden wesentliche Grundbegriffe (Klimasensitivität und Rückkopplung) von Energiebilanzmodellen besprochen. Strahlungstemperaturmodelle, die frei von empirischen Annahmen sind, wurden in Abschnitt 3.2.2. vorgestellt und sehr interessante Erkenntnisse gewonnen. Sie zeigen allerdings, daß die Strahlungstemperatur zur Untersuchung des Treibhauseffekts nicht geeignet ist. Deshalb wurden in Abschnitt 3.2.3 Oberflächentemperaturmodelle diskutiert. Dabei sieht man, welche Probleme bei nichtlinearen Ansätzen auftreten. Wir haben uns deshalb auf lineare Ansätze beschränkt. Wir sahen weiter, daß in linearen Modellen die räumliche Struktur keinen Einfluß auf das räumliche Mittel hat. Der räumlichen Auflösung sind durch den Fluß-Gradient-Ansatz allerdings Schranken gesetzt. In Abschnitt 3.2.4 verglichen wir verschiedene Energiespeicher im Klimasystem und kamen zu dem Schluß, daß ein Modell mit 3 Kompartimenten zur Beschreibung der global gemittelten bodennahen Lufttemperatur adäquat ist. Dieses Modell wird im nächsten Kapitel kalibriert und gelöst. Zusätzlich wird zur Beschreibung der Hemisphärentemperaturen eine Erweiterung vorgestellt, kalibriert und ebenfalls gelöst.

Kapitel 4

Spezielle Energie-Bilanz-Modelle und Lösungen

In diesem Kapitel werden verschiedene Lösungen des Modells von Dickinson (1981) und von Erweiterungen dieses Modells vorgestellt. Da die Modellgleichungen zur Datenanalyse verwendet werden sollen, ist es vor allem notwendig eine Lösung zu finden, die mittlere Störtemperatursignale als Reaktion auf mittlere Störantriebe angibt. Ein Schwerpunkt dieses Teils der Arbeit liegt daher auf der sorgfältigen Kalibrierung durch verschiedene Modellexperimente und dem Vergleich mit gemessenen Datenreihen.

4.1 Das 3-Boxen-Modell

4.1.1 Einführung

Bevor man sich mit der Entwicklung eines hemisphärisch auflösenden Modells beschäftigen kann, muß zunächst ein Modell für die globale Mitteltemperatur erstellt und getestet werden. Diese ersten Entwicklungsschritte sind sehr sorgfältig zu bedenken, da sie die Grundlage für alle Erweiterungen bilden. Im Kapitel 3 wurden schon viele grundsätzliche Aspekte angeführt, die jetzt dienlich sind. So wurde gezeigt, daß damit zu rechnen ist, daß nichtlineare Rückkopplungen von Bedeutung sein können. Es scheint dem entgegenzustehen, daß die weitere Arbeit auf der Basis des linearen 3-Boxen-Modells von Dickinson (Atmosphäre, ozeanische Mischungsschicht und tieferer Ozean) aufbaut (s. Abb. 4.1). Da wir aber gesehen hatten, daß die Prognosen nicht stark von der Wahl der Ozeanparametrisierung abhängen, machen wir die Annahme, daß die ozeanische Mischungsschicht und das darunter befindliche sog. "Intermediate Water" (hier als tieferer Ozean bezeichnet) als lineare Speicher aufgefaßt werden können. Sie beeinflussen daher nur die Trägheit des Modells. Die nichtlinearen Rückkopplungsprozesse (z.B. Wolken-Feedback, Änderungen der Konvektion oder der Albedo) beeinflussen als atmosphärische Prozesse im wesentlichen die Energieaufnahme und Abgabe. Sie können deshalb im Rahmen verschiedener Strahlungsparametrisierungen gesondert behandelt werden.

Durch diese Aufteilung gelingt es, das Modell unabhängig von den Rückkopplungen bei den Strahlungsprozessen zu kalibrieren, um dann zu untersuchen, wie sich verschiedene Ansätze für Wechselwirkungen und Rückkopplungen auf die Vorhersagen auswirken.

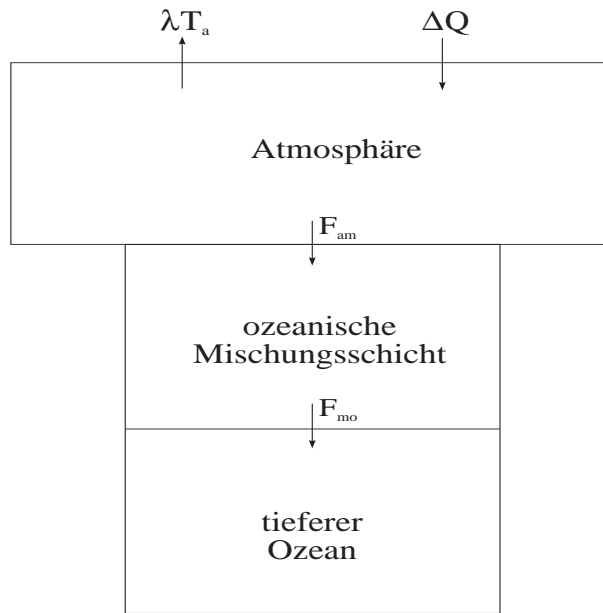


Abbildung 4.1: Schema des 3-Boxen-Modells von Dickinson, 1981.

Wir beschäftigen uns also zunächst mit der Entwicklung und vor allem mit der Kalibrierung eines möglichst einfachen linearen Trägheitsmodells.

4.1.2 2-Boxen-Approximation

Wie bereits gezeigt wurde (vergl. Abschnitt 3.2.4), verhält sich eine 2-Boxen-Approximation im Einschaltexperiment sehr ähnlich wie das zu Grunde gelegte 3-Boxen-Modell, wenn man die Parameter von Dickinson verwendet. Wir werden uns dies zu Nutze machen und im weiteren die 2-Boxen-Approximation untersuchen. Zunächst schreiben wir aber das Gleichungssystem für die Störtemperaturen (s. Kap. 3.2.1) in der Form von Dickinson (man beachte, daß die Störungen ausschließlich in der Atmosphärenbox stattfinden):

$$c_a \dot{T}_a = -\lambda_{am}(T_a - T_m) - \lambda T_a + \Delta Q, \quad (4.1)$$

$$c_m \dot{T}_m = \lambda_{am}(T_a - T_m) - \lambda_{mo}(T_m - T_o), \quad (4.2)$$

$$c_o \dot{T}_o = \lambda_{mo}(T_m - T_o). \quad (4.3)$$

Der Term $-\lambda T_a + \Delta Q$ stellt bei Dickinson eine einfache Parametrisierung der Strahlungsprozesse dar, wobei ΔQ die flächenspezifische Störleistung darstellt und $-\lambda T_a$ ein Relaxationsterm ist. Im folgenden werden die beiden Terme $-\lambda T_a + \Delta Q$ allgemein mit q bezeichnet. Die spezielle Form von q wird von der jeweiligen Fragestellung abhängen und dort jeweils diskutiert (siehe Kap. 5.2). Es wurde der Kleinbuchstabe q gewählt, um dadurch darauf aufmerksam zu machen, daß es sich um eine flächenspezifische Größe (ausgedrückt z.B. in W/m^2) handelt. Nun ist zu beachten, daß die Atmosphäre auf der gesamten Erdoberfläche aufliegt, während der Ozean nur den Flächenanteil f hat. Daraus folgt, daß entweder c_a und q mit $1/f$ normiert werden müssen, oder alle anderen Terme mit dem Ozeananteil multipliziert werden müssen. Es wird hier von der ersten

Möglichkeit Gebrauch gemacht und der Flächenanteil, auf den ein Term wirkt, in die Koeffizienten hineingezogen. Deshalb ist folgendes zu beachten:

$$c_a = \frac{\hat{c}_a}{f}, \quad (4.4)$$

$$q = \frac{\hat{q}}{f}, \quad (4.5)$$

$$-\lambda T_a + \Delta Q = -\frac{\hat{\lambda}}{f} T_a + \frac{\hat{\Delta Q}}{f}, \quad (4.6)$$

wobei die Größen \hat{x} die nicht normierten Größen von x sind. Da die Zeitkonstante der Atmosphärgleichung wesentlich kleiner ist als die der anderen zwei Gleichungen, kann davon ausgegangen werden, daß die Atmosphäre keine eigene Dynamik hat, sondern sich näherungsweise im Gleichgewicht mit dem Antrieb q und der ozeanischen Mischungsschichttemperatur befindet. Wir setzen demnach $\dot{T}_a = 0$ und erhalten das System:

$$T_a = T_m + \frac{q}{\lambda_{am}}, \quad (4.7)$$

$$c_m \dot{T}_m = \lambda_{am}(T_a - T_m) - \lambda_{mo}(T_m - T_o), \quad (4.8)$$

$$c_o \dot{T}_o = \lambda_{mo}(T_m - T_o). \quad (4.9)$$

Im Spezialfall $q = -\lambda T_a + \Delta Q$ erhält man für T_a :

$$T_a = \frac{\lambda_{am} T_m + \Delta Q}{\lambda_{am} + \lambda}, \quad (4.10)$$

Bevor nun diese Approximation für Prognosen verwendet werden kann, müssen wir uns fragen, ob die Wahl der Parameter, die wir bis jetzt von Dickinson übernommen haben, sinnvoll ist, oder ob neuere Untersuchungen andere Werte suggerieren. Dazu betrachten wir im Abschnitt 4.1.4 das Verhalten des vom Hamburger Max-Planck-Institut für Meteorologie betriebenen GCM der Version ECHAM/LSG (Hasselmann et al., 1993) im Einschaltexperiment. Zuvor wird im nächsten Abschnitt der Klimasensitivitätsparameter λ aus Messungen bestimmt und mit Literaturwerten verglichen.

4.1.3 Bestimmung der Klimasensitivität

Die Klimasensitivität λ (s. Abschnitt 3.2.1) soll hier aus Messungen bestimmt werden. Dazu wird eine Fourier-Legendre-Entwicklung des mittleren Jahresgangs der gemessenen Ausstrahlung und der bodennahen Lufttemperatur (North und Coakley, 1979) hemisphärisch gemittelt. Es ist damit möglich zu testen, ob die Ausstrahlung auf der Zeitskala des Jahresgangs und der räumlichen Skala der Hemisphären linear von der bodennahen Lufttemperatur abhängt, und die Stärke dieser Abhängigkeit zu bestimmen. Abb. 4.2 zeigt, daß die Abhängigkeit der Ausstrahlung von der bodennahen Lufttemperatur über den weiten Temperaturbereich des Jahresgangs in guter Näherung linear ist. Die erklärte Varianz der linearen Approximation beträgt auf der Nordhemisphäre 98.7 % und auf der Südhemisphäre 76.9%. Damit ist gezeigt, daß der Ausdruck λT_a als Ansatz für die Ausstrahlung verwendet werden darf. Man erhält für die Nordhemisphäre den Wert $\lambda = 2.52 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ und auf der Südhemisphäre $\lambda = 2.28 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$. Signifikante

Abweichungen von diesem linearen Zusammenhang können auf anderen Zeitskalen als dem Jahresgang (z.B. durch langsame Veränderungen der mittleren Bedeckung oder des

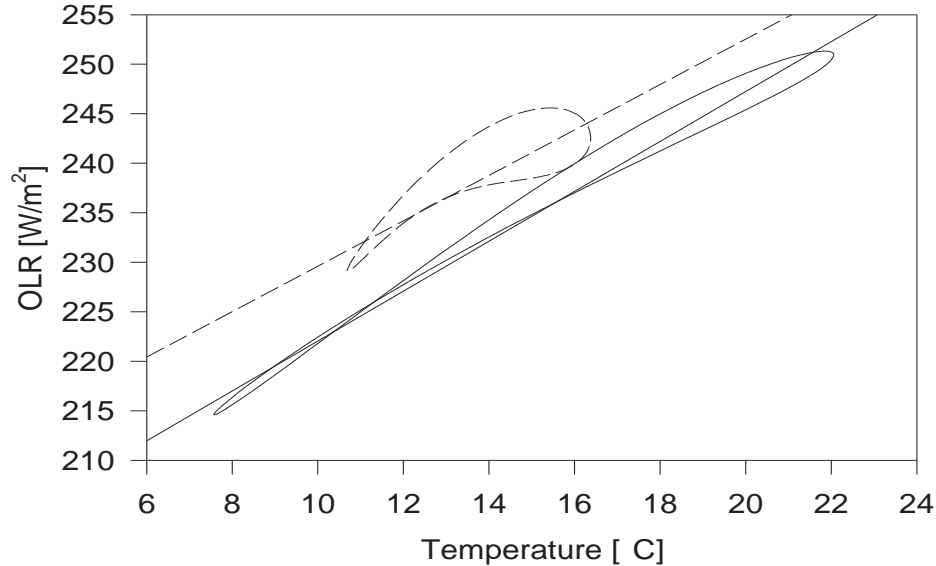


Abbildung 4.2: Jahresgang der hemisphärisch gemittelten Emission in Abhängigkeit vom Jahresgang der hemisphärisch gemittelten Temperatur aus Satellitendaten: Südhemisphäre (unterbrochene Linie), Nordhemisphäre (durchgezogene Linie) und lineare Näherungen.

Der mittlere Sensitivitätsparameter beträgt $2.4 \frac{W}{m^2 K}$, was in guter Übereinstimmung mit folgenden anderen Abschätzungen ist: Vom IPCC (Houghton et al., 1990) wird unter Berücksichtigung der Wasserdampfrückkopplung ein Wert von $2.33 \frac{W}{m^2 K}$ angegeben. Aus dem Einschaltexperiment des Hamburger GCM folgt ein Wert von $2.44 \frac{W}{m^2 K}$ (s. Anhang B). Cess et al. (1990) untersuchten 19 Zirkulationsmodelle hinsichtlich ihrer Klimasensitivität. Sie erhalten $\lambda_{GCM} = 1.73 \pm .54 \frac{W}{m^2 K}$. Die hohe Standardabweichung führen sie auf die unterschiedlichen Wolkenparametrisierungen in den verschiedenen Modellen zurück (die Probleme bei der Parametrisierung der Wolkenrückkopplung wurden bereits in Kap. 3.2.1 besprochen). Cess et al. (1990) geben deshalb auch die Klimasensitivitäten der Zirkulationsmodelle unter Vernachlässigung der Wolkenrückkopplung an. Man erhält dann $\lambda_{GCM} = 2.13 \pm .2 \frac{W}{m^2 K}$. Da die Wolkenrückkopplung ein schneller Prozeß ist (Zeitskala weit unter Jahreszeiten), ist sie bei der in dieser Arbeit verwendeten Bestimmung von λ enthalten, ohne daß sie explizit parametrisiert werden mußte.

Nun kann die Klimasensitivität durch langsame Rückkopplungen (z.B. Änderungen der Eisbedeckung, Versteppung, Ausbreitung von Phytoplankton in den Ozeanen) beeinflußt werden. Ein solcher Einfluß kann bei der hier durchgeführten Bestimmung der Sensitivität nicht berücksichtigt werden. Hoffert und Covey (1992) haben dieses Problem anhand von Paläodaten untersucht. Sie geben für zwei Epochen die Klimasensitivität in Form von Gleichgewichtstemperaturen bei CO_2 -Verdopplung an. Daraus folgt

eine Klimasensitivität von $2.2 \pm .6 \frac{W}{m^2 K}$ für das gegenüber heute um $3. \pm .6 K$ kältere Minimum der Würm-Kaltzeit (ca. 21500 Jahre vor heute), und eine Klimasensitivität von $2.3 \pm 1.1 \frac{W}{m^2 K}$ für das gegenüber heute um $9. \pm 2. K$ wärmere Optimum des Tertiär (ca. 100 Millionen Jahre vor heute). Die Klimasensitivität war demnach in erheblich wärmeren bzw. kälteren Klimaten nicht wesentlich anders als heute. Es ist demnach begründet, sie als Invariante (vergl. Kap. 3.2.1) aufzufassen. Damit wird implizit auch angenommen, daß der lineare Ansatz auch für starke Auslenkungen (einige Kelvin) aus dem heutigen Zustand gültig bleibt.

Die übrigen Systemparameter werden aus einer Anpassung an das Einschaltexperiment des Hamburger GCM bestimmt, wie sie im folgenden beschrieben ist.

4.1.4 Anpassung an ein GCM durch ein Einschaltexperiment

Die Atmosphärentemperatur der Einschaltexperimentlösung der 2-Boxen-Approximation hat folgenden Verlauf (s. Anhang B, Gleichung (B.12)):

$$T_a(t) = T_{Glg} \left(1 - \frac{\lambda_{am}}{\lambda + \lambda_{am}} c_1 \exp\left(\frac{-t}{\tau_1}\right) - \frac{\lambda_{am}}{\lambda + \lambda_{am}} c_2 \exp\left(\frac{-t}{\tau_2}\right) \right). \quad (4.11)$$

Dabei muß $c_1 + c_2 = 1$ gelten, da $T_m(t = 0) = 0$ ist. Daraus folgt aber auch, daß die diagnostisch approximierte Atmosphäre bei $t = 0$ im Einschaltexperiment einen Sprung von null auf $\frac{\lambda}{\lambda + \lambda_{am}} T_{Glg}$ macht. Zur Bestimmung der Systemparameter wird diese Lösung an das CO_2 -Verdopplungsexperiment (sprunghafte Verdopplung der atm. Treibhausgaskonzentration gegenüber dem vorindustriellen Wert) des ECHAM/LSG GCM (Hasselmann et al., 1993) angepaßt. Zu beachten ist, daß in diesem Experiment der CO_2 -Gehalt sprunghaft von 390 ppm auf 720 ppm erhöht worden ist. Der Störtemperaturverlauf näherte sich dabei einem Gleichgewichtswert von 1.582 K. Mit der oben bestimmten Klimasensitivität folgt daraus ein Antrieb von $\Delta Q = 3.86 W/m^2$. Wir sind nun in der Lage, mit der Methode der kleinsten Quadrate die freien Parameter der obigen Lösung τ_1, τ_2 und c_1 an den Verlauf der GCM-Lösung anzupassen (s. Anhang B). Die mittlere quadratische Abweichung beträgt $\varepsilon_{rms} = .06 K$ (s. Abb. 4.3). Diese Abweichung ist erstaunlich gering und deutet darauf hin, daß die zahlreichen Freiheitsgrade und Nichtlinearitäten des GCM auf der Zeitskala von 100 Jahren keinen wesentlichen Einfluß auf den Verlauf der globalen Mitteltemperatur haben.

Tabelle 4.1 zeigt die Zahlenwerte, wie sie sich bei der Anpassung der Lösung an die Hamburger Daten ergeben im Vergleich mit den Werten, die aus den von Dickinson verwendeten Parametern berechnet sind. Das bedeutet, während sich im Hamburger Modell etwa zwei Drittel der Gleichgewichtsreaktion mit einer Zeitkonstanten von knapp 3 Jahren und ein Drittel mit einer Zeitkonstanten von etwa 40 Jahren einstellen, reagiert Dickinsons Modell je zur Hälfte mit einer Zeitkonstanten von 2.3 Jahren und 96 Jahren. Wir gehen nun von der Annahme aus, daß das Zeitverhalten des Hamburger Modells realistischer ist, als das Verhalten bei der Verwendung von Dickinson's Parametern. Nun können wir uns fragen, wie die physikalischen Parameter des Dickinsonmodells gewählt werden müssen, damit der zeitliche Verlauf der Atmosphärentemperatur dem Hamburger Verlauf gleich kommt. Wir stellen also die Frage: Läßt sich in der 2-Boxen-Approximation von Tabellenwerten der Tabelle 4.1 auf die physikalischen Parameter schließen? Dies ist möglich und wird im Anhang B durchgerechnet. Es stellt sich dabei

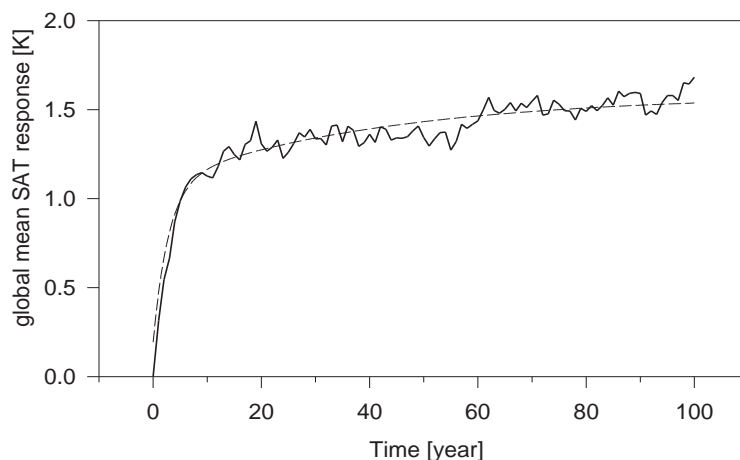


Abbildung 4.3: Verlauf der globalen Mitteltemperatur im EBM- (unterbrochene Linie) und GCM-Einschallexperiment (durchgezogene Linie).

Tabelle 4.1: Vergleich der Parameter, die den Verlauf der globalen Mitteltemperatur bestimmen, von der Anpassung an GCM-Daten und der 2-Boxen-Approximation des Dickinsonmodells.

Parameter	Hamburger Anpassung	aus Dickinsons Parametern
c_1	.6852	.51
c_2	.3148	.49
τ_1	2.86 a	2.3 a
τ_2	41.67 a	96. a

heraus, daß der Rückschluß auf die physikalischen Parameter auf ein unterbestimmtes System von 3 nichtlinearen Gleichungen für die vier Parameter Mischungsschichttiefe h_m , Ozeantiefe h_o und die Wärmeaustauschkoeffizienten λ_{am} und λ_{mo} führt, so daß man einen der Parameter frei vorgeben kann. Die anderen Parameter sind dadurch eindeutig bestimmt und die Approximation verhält sich im Einschaltexperiment wie die mittlere bodennahe Lufttemperatur des GCM. Wir geben $\lambda_{am} = 30 \frac{W}{m^2 K}$ aus Abschätzungen (Anh. B) vor. Daraus folgt $h_m = 101 m$, $h_o = 293 m$ und $\lambda_{mo} = 1.4 \frac{W}{m^2 K}$.

Es mag verwundern, daß h_o einen relativ kleinen Werte annimmt, doch stellt h_o kein Maß für die meßbare Ozeantiefe dar, sondern ist die Tiefe des Boxozeans, der sich im Einschaltexperiment so verhält, daß der Verlauf der Atmosphärentemperatur des EBM dem Verlauf der bodennahen Lufttemperatur im GCM entspricht.

Ein GCM ist ein kompliziertes nichtlineares Modell, in dem sich zahlreiche Parametrisierungen für verschiedene Rückkopplungsprozesse befinden. Das lineare EBM wurde durch ein Experiment an das Verhalten des GCM angepaßt. Deshalb muß man die Frage stellen, ob sich eine GCM-Prognose unter anderen Randbedingungen nicht völlig anders

verhalten wird als das einfache EBM. Da GCM-Experimente sehr aufwendig sind, steht nur ein weiteres Rechenergebnis zum Test unserer Anpassung zur Verfügung. Dabei handelt es sich um eine Szenarienrechnung für den vom IPCC (Houghton et al., 1990) erwarteten atmosphärischen CO_2 -Konzentrationsanstieg unter der Bedingung, daß die CO_2 -Ausstoßrate sich weiterhin verhält wie bisher (IPCC-Szenario A, "Business-as-usual"). Mit der bekannten, aus Strahlungs-Konvektions-Modellen (RCM) (Shine et al., 1990, siehe auch Kap. 5.2.3) stammenden Parametrisierung

$$\Delta Q(t) = \frac{\Delta Q_{2*CO_2}}{\ln 2} \ln \left(\frac{CO_2(t)}{CO_{2,v}} \right) \quad (4.12)$$

können die CO_2 -Konzentrationen in Heizraten umgerechnet werden, die als Eingangsdaten in unser EBM einfließen. $CO_{2,v}$ ist der Konzentrationswert vor der Industrialisierung.

Für die Prognose wird Gleichung 4.12 mit einem selbstregulierenden Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung (Press et al., 1989) integriert. Abb. 4.4 zeigt die Ergebnisse unserer Szenario A Rechnung im Vergleich zum Hamburger Ergebnis (Cubasch et al., 1991 und Cubasch, 1994). Zwischen diesen beiden Kurven ist eine mittlere Abweichung von über .2 K. Dies erscheint relativ groß. Betrachtet man Abb. 4.4, so sieht man, daß entgegen der Erwartung das GCM-Signal über die ersten 50 Modelljahre nicht ansteigt. Dadurch wird der Abstand zwischen der EBM-Prognose und der GCM-Prognose zunächst immer größer. Gegen Ende des Prognosezeitraums laufen die beiden Prognosen jedoch wieder zusammen. Das merkwürdige Verhalten des GCM-Laufs kann durch das Kaltstartproblem erklärt werden. Während der EBM-Lauf zu Beginn der Industrialisierung gestartet wurde, wurde das GCM wegen des großen Rechenaufwands erst 1935 gestartet. Dadurch entsteht das Kaltstartproblem. Das GCM wird plötzlich einer Nichtgleichgewichtssituation ausgesetzt, ohne Berücksichtigung der Vorgeschichte. Dies erklärt den unterschiedlichen Verlauf der Prognosen zu Beginn des Zeitraums im Gegensatz zur recht guten Übereinstimmung gegen Ende des Zeitraums (siehe dazu auch Hasselmann et al., 1993).

4.1.5 Vergleich von 2-Boxen-Approximation und 3-Boxen-Modell

Um das 3-Boxen-Modell und die 2-Boxen-Approximation miteinander vergleichen zu können, betrachten wir das Amplituden- und das Phasenspektrum beider Modelle. Dazu lösen wir beide Differentialgleichungssysteme für periodische Antriebe und vergleichen die Phasenverschiebung $t_\varphi(\omega)$ und die Amplitudendämpfung $a(\omega)$ in Abhängigkeit von der Anregungsfrequenz ω . Beide Differentialgleichungssysteme können analytisch gelöst werden. Für die approximierte Version wird dies vorgeführt. Dazu geht man von folgender Form aus

$$T_a = \frac{\lambda_{am} T_m + q \sin(\omega t)}{\lambda + \lambda_{am}}, \quad (4.13)$$

$$\dot{T}_m = a_{11} T_m + a_{12} T_o + s q \sin(\omega t), \quad (4.14)$$

$$\dot{T}_o = a_{21} T_m + a_{22} T_o \quad (4.15)$$

und schreibt die zeitliche Ableitung in Operatorform ($\frac{d}{dt} = D$). Damit folgt das lineare Gleichungssystem:

$$(D - a_{11})T_m - a_{12}T_o = s q \sin(\omega t), \quad (4.16)$$

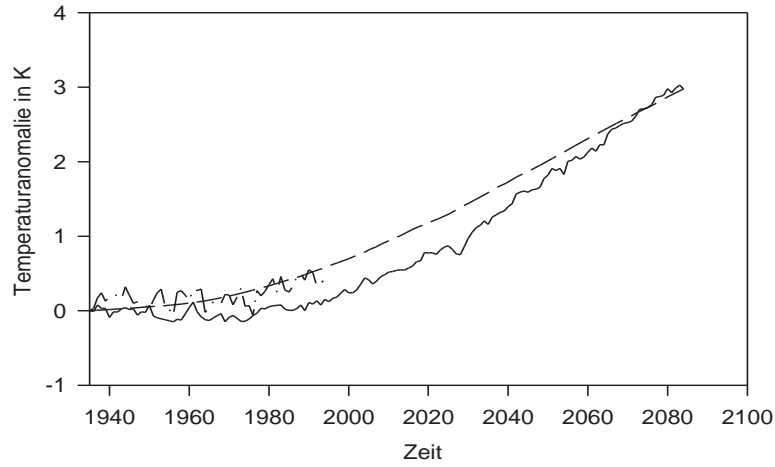


Abbildung 4.4: Vergleich der für CO_2 -Szenario A (IPCC, 1990) vom GCM (Cubasch et al., 1991 und Cubasch 1994, durchgezogene Linie) und vom EBM (unterbrochene Linie) prognostizierten globalen Mitteltemperatur und beobachteter Temperaturverlauf (Strich-Punkt-Linie) ab 1935.

$$(D - a_{22})T_o - a_{21}T_m = 0, \quad (4.17)$$

Mit den üblichen Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme erhalten wir für $T_m = T$ die entkoppelte Differentialgleichung:

$$\ddot{T} + p\dot{T} + kT = (D - a_{22})sq \sin(\omega t) \quad (4.18)$$

mit

$$p = -(a_{11} + a_{22}), \quad (4.19)$$

$$k = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}. \quad (4.20)$$

Sie entspricht für die verwendeten Parameterwerte einem überdämpften harmonischen Oszillator. Für die inhomogene Lösung dieser Differentialgleichung führt der Ansatz $T = b_1 \cos(\omega t) + b_2 \sin(\omega t)$ zum Ziel. Der homogene Anteil der Lösung ist uninteressant, da er nur das Einschwingen in Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen beschreibt. Man erhält die Lösung:

$$T = A(\omega) \sin(\omega(t + t_\varphi(\omega))) \quad (4.21)$$

mit der Amplitude $A(\omega)$ und der Zeitverschiebung $t_\varphi(\omega)$:

$$A(\omega) = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}, \quad (4.22)$$

$$t_\varphi(\omega) = \frac{1}{\omega} \arctan\left(\frac{b_1}{b_2}\right), \quad (4.23)$$

und

$$b_2 = \frac{q\omega - \frac{(k-\omega^2)q a_{22}}{p\omega}}{\frac{(k-\omega^2)}{p\omega} + p\omega}, \quad (4.24)$$

$$b_1 = \frac{(k - \omega^2)b_2 + q a_{22}}{p\omega}, \quad (4.25)$$

Für die Atmosphärentemperatur folgt dann:

$$A_a(\omega) = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}, \quad (4.26)$$

$$t_{a,\varphi}(\omega) = \frac{1}{\omega} \arctan\left(\frac{u_1}{u_2}\right), \quad (4.27)$$

mit

$$u_1 = \frac{\lambda_{am} b_1}{\lambda + \lambda_{am}}, \quad (4.28)$$

$$u_2 = \frac{\lambda_{am} b_2 + \lambda * q/\sigma}{\lambda + \lambda_{am}}. \quad (4.29)$$

Abbildung 4.5 zeigt den Verlauf der relativen Amplitude (d.h. Amplitude $A(\omega)$ im Verhältnis zur Gleichgewichtstemperaturamplitude $A = q/\lambda$) und die Phasenverschiebung in Jahren in Abhängigkeit von der Anregungsperiode in Jahren für die Approximation und das 3-Boxen-Modell, das entsprechend zu lösen ist. Wir sehen, daß sich die Approximation mit der diagnostisch approximierten Atmosphäre sehr ähnlich verhält, wie das Modell mit dynamischer Atmosphäre, so daß wir die Approximation verwenden können, ohne einen großen Fehler zu machen. Weiter sehen wir, daß das System die hohen Frequenzen unterdrückt, und für tiefere Frequenzen des Antriebs Phasenverschiebungen im Bereich von Jahren aufweist.

4.1.6 Sukzessiv-analytische Lösung zur Verarbeitung von Antriebszeitreihen

Gemessene Zeitreihen verschiedener Antriebe (z.B. durch anthropogene Treibhausgase, solare Aktivität oder Vulkanismus) liegen im allgemeinen ebenso wie die Temperaturreihen in Form von Jahresmittelwerten vor. Deshalb ist es zweckmäßig eine Lösung zu finden, die Zeitreihen gemittelter Störantriebe in Zeitreihen mittlerer Störtemperaturreaktionen transformiert. Um dieses Ziel zu erreichen, gehen wir davon aus, daß Änderungen der globalen Mitteltemperatur im Laufe eines Zeitintervalls nur durch das Integral der zeitlichen Verläufe der Antriebe über den entsprechenden Zeitraum bestimmt werden.

Konkret machen wir die Annahme, daß im Verlauf eines Jahres n ein konstanter Antriebswert $\overline{Q_n}$ gilt (überstrichene Größen seien Jahresmittel), der die Temperatur vom Anfangswert $T_n(0)$ des Jahres n auf den Endwert $T_n(1)$ bringt. Wir brauchen unter dieser Annahme nur die Einschaltexperimentlösung anzupassen und sukzessive $\overline{T_n}$ aus

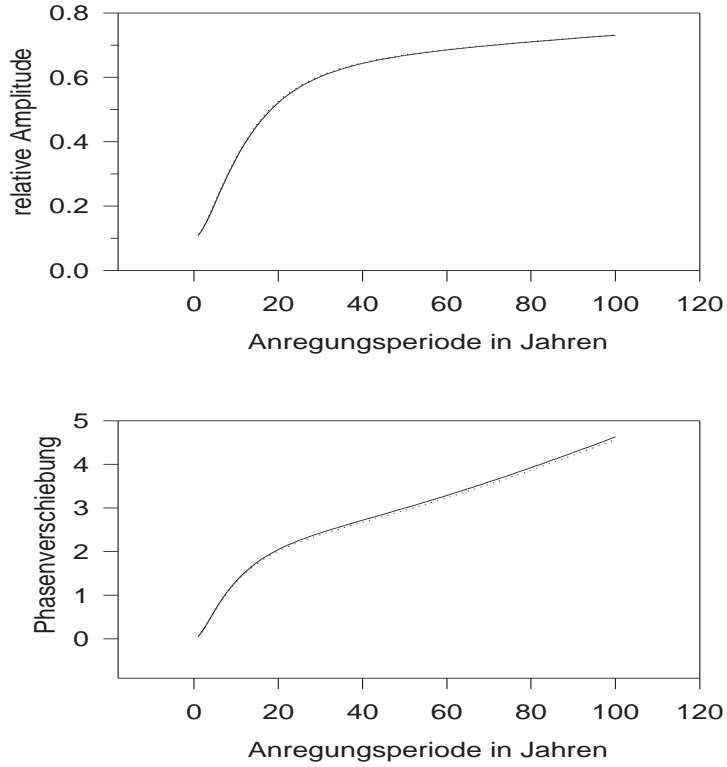


Abbildung 4.5: Relative Amplitude und Phasenverschiebung in Jahren als Funktion der Anregungsperiode für das 3-Boxen-Modell (durchgezogene Linien) und die 2-Boxen-Approximation (gepunktete Linien).

$\overline{T_{n-1}}$ und $\overline{Q_n} = \overline{T_{glg,n}}/\lambda$ zu berechnen. Für die berechneten Jahresmittel der globalen bodennahen Lufttemperatur folgt somit aus den Gleichungen (4.8) bis (4.10):

$$\overline{T_{a,n}} = \frac{1}{\lambda_{am} + \lambda} [\lambda_{am} \overline{T_{m,n}} + \lambda \overline{T_{glg,n}}], \quad (4.30)$$

$$\overline{T_{m,n}} = \frac{k_1}{\lambda_1} (\exp(\lambda_1) - 1) B_{1,n} + \frac{k_2}{\lambda_2} (\exp(\lambda_2) - 1) B_{2,n} + \overline{T_{glg,n}}, \quad (4.31)$$

$$\overline{T_{o,n}} = \frac{1}{\lambda_1} (\exp(\lambda_1) - 1) B_{1,n} + \frac{1}{\lambda_2} (\exp(\lambda_2) - 1) B_{2,n} + \overline{T_{glg,n}}, \quad (4.32)$$

mit:

$$B_{1,n} = \frac{T_{m,n}(0) - \overline{T_{glg,n}} - k_2(T_{o,n}(0) - \overline{T_{glg,n}})}{k_1 - k_2}, \quad (4.33)$$

$$B_{2,n} = T_{o,n}(0) - \overline{T_{glg,n}} - B_{1,n}. \quad (4.34)$$

Daraus folgt mit der Bedingung

$$T_{m,n+1}(0) = T_{m,n}(1) \quad (4.35)$$

$$T_{o,n+1}(0) = T_{o,n}(1) \quad (4.36)$$

nach einigen, aber einfachen Rechnungen ein Zusammenhang der Form

$$\begin{aligned} \overline{T_{a,n+1}} &= p_1 \overline{T_{a,n}} + p_2 \overline{T_{a,n-1}} \\ &+ q_0 \overline{T_{glg,n+1}} + q_1 \overline{T_{glg,n}} + q_2 \overline{T_{glg,n-1}}, \end{aligned} \quad (4.37)$$

wobei die p_i und q_i Funktionen der physikalischen Modellparameter sind. Mit den für die Modellparameter verwendeten Werten (s. Anh. B) folgen für die p_i und q_i die Werte:

$$\begin{aligned} p_1 &= 1.68364 \\ p_2 &= -.90556 \\ q_0 &= .195010 \\ q_1 &= -.17914 \\ q_2 &= -.00895 \end{aligned}$$

Mit diesem Werkzeug sind wir nun in der Lage, aus verschiedenen gemessenen Antrieben Temperatursignale zu berechnen, um diese mit der gemessenen global gemittelten Temperatur zu vergleichen. Dieser Anwendung werden wir uns in Kapitel 5 zuwenden. Zunächst wird aber eine Erweiterung von Dickinsons Modell (auf fünf Boxen) vorgestellt und kalibriert, mit der die hemisphärisch gemittelte Temperatur untersucht werden soll.

4.2 5-Boxen-Modell

Um auch hemisphärisch gemittelte Störantriebe verarbeiten zu können, wird in diesem Teil der Arbeit ein erweitertes Modell vorgestellt, begründet (4.2.1), approximiert (4.2.2), kalibriert (4.2.3) und für die Datenanalyse gelöst (4.2.4).

4.2.1 Einführung

Um auch hemisphärisch gemittelte Zeitreihen analysieren zu können, brauchen wir ein Modell, das zwischen Nord- und Südhemisphäre unterscheiden kann. Als erste Näherung kann man den interhemisphärischen Austausch vernachlässigen, und das 3-Boxen-Modell für jede Hemisphäre einzeln anwenden. Dazu muß man die entsprechenden Ozeanoberflächenanteile berücksichtigen. Um dieses Vorgehen zu testen, wurde jeweils der hemisphärisch gemittelte Jahresgang der Strahlungsaufnahme (North und Coakley, 1979) als Antrieb auf das Modell gegeben. Der daraus resultierende Temperaturjahresgang des Modells weicht allerdings deutlich (etwa 10% der Amplitude) vom gemessenen Jahresgang der Hemisphärenmitteltemperaturen ab ($\varepsilon_{rms}(nordhem.) = 2.06 K$, $\varepsilon_{rms}(südhem.) = 1.63 K$). Um nun die scheinbar wichtige Wechselwirkung zwischen den Hemisphären mit zu berücksichtigen, könnte man einfach das 3-Boxen-Modell von Dickinson vertikal unterteilen und hätte so ein 6-Boxen-Modell. Man müßte dann ein System aus 6 Differentialgleichungen lösen. Da wir ein möglichst einfaches Modell verwenden wollen, machen wir hier eine vereinfachende Annahme. Wir gehen davon aus, daß der sehr träge tiefere Ozean nicht zwischen Nord- und Südhemisphäre unterschieden werden muß, da der interhemisphärische Austausch in den anderen beiden Schichten vergleichsweise schnell geht. Durch diese Annahme wird vorausgesetzt, daß längerfristige Temperaturunterschiede zwischen den Hemisphären nicht von der unterschiedlichen Trägheit verursacht werden, sondern von unterschiedlichen Strahlungsantrieben und Austauschprozessen. Wir gelangen so zu einem 5-Boxen-Modell. Im Gegensatz zu einem global mittelnden Modell haben wir hier auch horizontalen Wärmeaustausch zu berücksichtigen. Es ist demnach auch sofort einsichtig, daß es unmöglich ist, das 5-Boxen-Modell aus dem 3-Boxen-Modell herzuleiten. Stattdessen wird es hier a-priori vorgegeben, und gezeigt, daß es mit dem 3-Boxen-Modell verträglich ist. Gemäß Abb. 4.6 können wir folgende 5 Differentialgleichungen aufstellen:

$$c_1 \dot{T}_1 = -H_{12} - V_{13} + q_1 - \lambda_1 T_1, \quad (4.38)$$

$$c_2 \dot{T}_2 = +H_{12} - V_{24} + q_2 - \lambda_2 T_2, \quad (4.39)$$

$$c_3 \dot{T}_3 = -H_{34} + V_{13} - V_{35}, \quad (4.40)$$

$$c_4 \dot{T}_4 = +H_{34} + V_{24} - V_{45}, \quad (4.41)$$

$$c_5 \dot{T}_5 = V_{35} + V_{45}. \quad (4.42)$$

Dabei sind c_1 bis c_5 die spezifischen Wärmekapazitäten der 5 Boxen und T_1 bis T_5 deren Temperaturen. H_{ij} bezeichnet spezifische Heizraten, die von horizontalen Wärmeflüssen aus der Box i in die Box j verursacht werden und V_{ij} bezeichnet Heizraten, die von vertikalen Flüssen verursacht sind. q_i ist der Störantrieb (in $\frac{W}{m^2}$) der Box i aufgrund externer Einflüsse und $\lambda_i T_i$ repräsentiert die Relaxation der Störtemperatur der i -ten

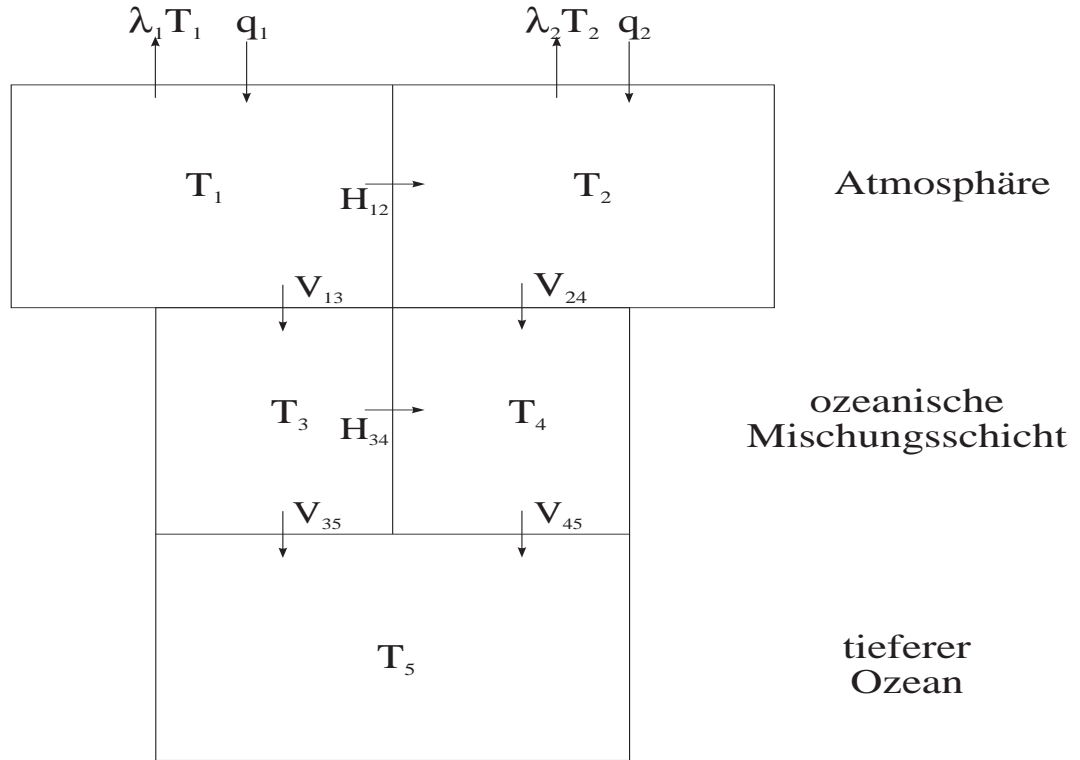


Abbildung 4.6: Schema des 5-Boxen-Modells.

Box. Für die Flüsse werden folgende lineare Ansätze verwendet:

$$H_{ij} = h_{ij}(T_i - T_j), \quad (4.43)$$

$$V_{ij} = v_{ij}(T_i - T_j). \quad (4.44)$$

Für c_1 und c_2 kann die flächenspezifische Wärme der Atmosphäre c_a verwendet werden. c_3 ist die spezifische Wärme der südhemisphärischen ozeanischen Mischungsschicht. Diese hat den Flächenanteil f_s an der Südhemisphäre, so daß gilt $c_3 = f_s c_m$. Analog gilt $c_4 = f_n c_m$ und $c_5 = (f_s + f_n) c_o$. Weiter gilt für die vertikalen Austauschkoefizienten $v_{13} = f_s \lambda_{am}$, $v_{24} = f_n \lambda_{am}$, $v_{35} = f_s \lambda_{mo}$ und $v_{45} = f_n \lambda_{mo}$. Man beachte, daß hier die Hemisphärenfläche als Bezugsfläche verwendet wird, in Kap. 4.1 aber die Ozeanoberfläche als Bezugsfläche verwendet wurde, was dort zu einer einfacheren Formulierung geführt hat, hier aber zu einer unübersichtlichen Formulierung führen würde.

Da sich die hemisphärischen Antriebe, Atmosphärentemperaturen und Mischungsschichttemperaturen und die zeitlichen Änderungen dieser Temperaturen arithmetisch zu den entsprechenden globalen Werten mitteln, folgt weiter:

$$\lambda = \frac{T_1}{T_1 + T_2} \lambda_1 + \frac{T_2}{T_1 + T_2} \lambda_2. \quad (4.45)$$

D.h., die Klimasensitivitäten der Hemisphären müssen gewichtet gemittelt werden, um die globale Klimasensitivität zu erhalten. Unter diesen Voraussetzungen kann leicht gezeigt werden, daß die Gleichungen (4.38) bis (4.42) durch Mittelung in die Gleichungen (4.1) bis (4.3) überführt werden können. Wir werden nun die Gleichungen vereinfachen und erst dann lösen.

4.2.2 3-Boxen-Approximation

Wie aus dem 3-Boxen-Modell durch die Annahme $\dot{T}_a = 0$ eine 2-Boxen-Approximation abgeleitet wurde, kann hier unter Verwendung der Annahmen $\dot{T}_1 = 0$ und $\dot{T}_2 = 0$ eine 3-Boxen-Approximation abgeleitet werden. Man erhält nach leichter Rechnung das folgende System aus zwei diagnostischen und drei prognostischen Gleichungen:

$$T_1 = \tau_{13} T_3 + \tau_{14} T_4 + \lambda_{11} q_1 + \lambda_{12} q_2, \quad (4.46)$$

$$T_2 = \tau_{23} T_3 + \tau_{24} T_4 + \lambda_{21} q_1 + \lambda_{22} q_2, \quad (4.47)$$

$$\dot{T}_3 = \tau_{33} T_3 + \tau_{34} T_4 + \tau_{35} T_5 + \lambda_{31} q_1 + \lambda_{32} q_2, \quad (4.48)$$

$$\dot{T}_4 = \tau_{43} T_3 + \tau_{44} T_4 + \tau_{45} T_5 + \lambda_{41} q_1 + \lambda_{42} q_2, \quad (4.49)$$

$$\dot{T}_5 = \tau_{53} T_3 + \tau_{54} T_4 + \tau_{55} T_5, \quad (4.50)$$

wobei die Koeffizienten τ_{ij} und λ_{ij} aus den physikalischen Koeffizienten folgen. Wie man sieht, befinden sich die Atmosphärentemperaturen durch die gemachten Annahmen immer in einem Gleichgewicht, das von den Mischungsschichttemperaturen und den Störantrieben bestimmt wird.

4.2.3 Kalibrierung

Für die Kalibrierung dieses Modells können wir die meisten Parameter aus dem 3-Boxen-Modell übernehmen. Die hemisphärischen Ozeanbedeckungsgrade $f_s = .81$ und $f_n = .61$ können aus der Literatur entnommen werden. Damit lassen sich alle Parameter außer h_{12} und h_{34} berechnen. Um diese beiden Parameter zu bestimmen, wird eine Anpassung an Daten vorgenommen. Dazu wird die hemisphärische Mittelung einer Fourier-Legendre-Entwicklung des Jahresgangs der absorbierten solaren Einstrahlung (North und Coakley, 1979) als Antrieb auf das Modell gegeben. Die beiden offenen Parameter werden dann so eingestellt, daß die mittlere quadratische Abweichung des berechneten Jahresgangs der Hemisphärentemperaturen vom gemessenen Jahresgang minimal wird. Dies führt zu $h_{12} = .45 \frac{W}{m^2 K}$ und $h_{34} = .26 \frac{W}{m^2 K}$, bei mittleren Fehlern von $.63K$ auf der Nordhemisphäre und $1.9K$ auf der Südhemisphäre. Dieses Ergebnis ist nicht befriedigend. Unter den gegebenen Parameterwerten ist das Modell nicht in der Lage, den Jahresgang genauer als auf ca. 3% der Amplitude zu approximieren. Das liegt daran, daß der Jahresgang sehr empfindlich vom Wärmeaustausch zwischen Atmosphäre und Mischungsschicht abhängt. Dieser wird durch λ_{am} bestimmt. Auf der Zeitskala von Jahren bis zu einem Jahrhundert hat λ_{am} keinen wesentlichen Einfluß auf das Modellverhalten (s. Anh. B), wohl aber auf der Zeitskala des Jahresgangs. Setzt man $\lambda_{am} = 35 \frac{W}{m^2 K}$, so kann der Jahresgang besser rekonstruiert werden, ohne das auf der Zeitskala von einem Jahr und mehr eine nennenswerte Veränderung auftritt.

Nun sind die Ozeananteile auf den Hemisphären nicht gleichmäßig verteilt, so daß man davon ausgehen kann, daß der wirksame Ozeanbedeckungsgrad vom geometrisch meßbaren verschieden ist. Um diesen Einfluß zu untersuchen, wird erneut eine Kleinste-Quadrate Anpassung gemacht, bei der λ_{am} und c_m in gewissen Grenzen um die vorgegebenen Werte schwanken dürfen. Die daraus resultierende beste Anpassung führt zu mittleren Fehlern im Jahresgang der Temperatur von $\varepsilon_{rms} = .19K$ auf der Nordhemisphäre und $\varepsilon_{rms} = .62K$ auf der Südhemisphäre. Dazu wurde die Wärmekapazität

der Mischungsschicht auf der Nordhemisphäre um 10% gesenkt und auf der Südhemisphäre um den gleichen Betrag erhöht. Dies ist physikalisch plausibel, da sich eine solche Mischungsschicht nicht in den polaren Breiten ausbildet, d.h., daß die ozeanische Fläche der Arktis nicht zur Wärmekapazität beiträgt. Aus dem gleichen Grund ist der Wärmetübergang zwischen Atmosphäre und Mischungsschicht auf der Südhalbkugel deutlich größer als auf der Nordhalbkugel, weshalb λ_{am} bei der besten Anpassung den Wert $26 \frac{W}{m^2K}$ auf der Nordhalbkugel und $50 \frac{W}{m^2K}$ auf der Südhalbkugel annimmt. Die Heizraten durch interhemisphärischen Wärmeaustausch betragen dann $.5 \frac{W}{m^2K}$ für den atmosphärischen Wärmetransport, aber $0.0 \frac{W}{m^2K}$ für den Wärmetransport in der Mischungsschicht. Für die weiteren Untersuchungen werden beide Parameterkombinationen verwendet und verglichen.

Um die Rechnungen zur Kalibrierung durchzuführen, wurde das Modell mit einem Runge-Kutta-Integrationsverfahren vierter Ordnung gelöst.

4.2.4 Sukzessiv-analytische Lösung

Das System der (inhomogenen) prognostischen Gleichungen (4.48 - 4.50) kann unter der Annahme von konstanten Störantrieben $q_i = const.$ mit den üblichen Methoden der linearen Algebra gelöst werden und man erhält folgende allgemeine Lösung:

$$\begin{pmatrix} T_3(t) \\ T_4(t) \\ T_5(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1\beta_1 & \alpha_2\beta_2 & \alpha_3\beta_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \exp(\gamma_1 t) \\ a_2 \exp(\gamma_2 t) \\ a_3 \exp(\gamma_3 t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_{3,glg} \\ T_{4,glg} \\ T_{5,glg} \end{pmatrix} \quad (4.51)$$

Dabei folgen die α_i , β_i und γ_i aus den Systemparametern, während die a_i offen sind und an die Anfangsbedingungen angepaßt werden können. Gleichung (4.51) kann somit genutzt werden, um von Jahresendtemperaturen des Vorjahres, und vom über das Jahr gemittelten Störtrieb, auf den zeitlichen Verlauf der Temperaturanomale zu schließen, dessen Mittel wiederum die mittlere Störtemperatur ist. Analog zur Vorgehensweise bei der Herleitung der sukzessiv-analytischen Lösung des 3-Boxen-Modells (Glg. 4.37) kann auch Gleichung (4.51) weiter verarbeitet werden. Man erhält dann folgende Systemgleichung:

$$\mathbf{T}_n = \mathbf{A} \cdot \mathbf{T}_{n-1} + \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{q}_n + \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{q}_{n-1} \quad (4.52)$$

Dabei ist \mathbf{T}_n der Vektor der über das Jahr n gemittelten Systemvariablen:

$$\mathbf{T}_n = \begin{pmatrix} \overline{T_{3,n}} \\ \overline{T_{4,n}} \\ \overline{T_{5,n}} \end{pmatrix}$$

während \mathbf{q}_n der über das Jahr n gemittelte Vektor der hemisphärisch gemittelten Störantriebe ist:

$$\mathbf{q}_n = \begin{pmatrix} \overline{q_{1,n}} \\ \overline{q_{2,n}} \end{pmatrix}$$

Die Matrizen \mathbf{A} , \mathbf{B}_0 und \mathbf{B}_1 enthalten die Systemparameter und folgen aus Glg. (4.51).

Um von den Systemvariablen auf die Jahresmittel der Beobachtungsvariablen (das sind die hemisphärisch gemittelten bodennahen Lufttemperaturen) zu schließen, verwendet man einfach die Gleichungen (4.46) und (4.47), die zu folgender Beobachtungsgleichung zusammengefaßt werden können:

$$\mathbf{T}_{\mathbf{b},n} = \tau \cdot \mathbf{T}_{\mathbf{n}} + \lambda \cdot \mathbf{q}_{\mathbf{n}} \quad (4.53)$$

mit

$$\mathbf{T}_{\mathbf{b},n} = \begin{pmatrix} \overline{T_{1,n}} \\ \overline{T_{2,n}} \end{pmatrix}$$

und

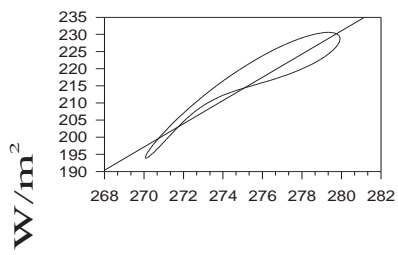
$$\tau = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} \\ \tau_{21} & \tau_{22} \end{pmatrix}, \lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{pmatrix}.$$

Mit Hilfe der Gleichung (4.52) läßt sich bequem vom Zustand des Jahres $n - 1$ auf den des Jahres n schließen. Mit der diagnostischen Beobachtungsgleichung (4.53) folgen daraus die jährlich gemittelten hemisphärischen bodennahen Lufttemperaturen. Die Zahlenwerte der Elemente der in den Gleichungen stehenden Matrizen für die beiden oben angegebenen Möglichkeiten der Kalibrierung werden in Anhang E dargestellt.

4.3 Mögliche Erweiterungen

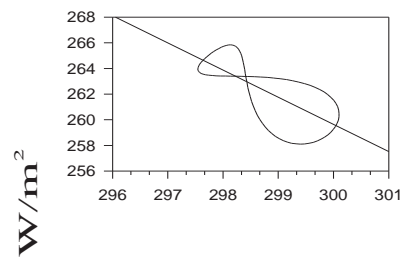
Man könnte, ohne auf mathematische Probleme zu stoßen, die Anzahl der betrachteten Boxen immer weiter erhöhen und damit die Auflösung eines solchen Modells immer weiter verbessern. Dies hätte zur Folge, daß man auch zeitlich kleinere Skalen (Jahreszeiten, Monate) untersuchen könnte. In Kap. 3.2.4 wurde bereits diskutiert, daß dies physikalisch nicht unproblematisch ist, da die hier verwendeten Ansätze für die Flüsse nur sinnvoll sind, wenn man sich auf einer Größenskala befindet, die deutlich größer ist als die Skala der Transportprozesse (z.B. Druckgebilde in der Atmosphäre). Ein 9-Boxen-Modell würde es erlauben, zusätzlich zur Unterscheidung der Hemisphären auch noch zwischen Tropen und Außertropen unterscheiden zu können. Dazu müssen, analog zu dem Vorgehen in Kap. 4.1.3., die Klimasensitivitäten für die einzelnen Boxen abgeschätzt werden. Abb. 4.7 zeigt, daß bei Verwendung der Fourier-Legendre-Entwicklung von North und Coakley (1979) für die südlichen Tropen eine negative Klimasensitivität und damit eine Instabilisierung des Systems in Erscheinung tritt. Diese Ergebnisse werden durch neuere Daten (Ardanuy et al., 1992) bestätigt. Man muß daraus schließen, daß bei dem Versuch, zwischen Tropen und Außertropen zu unterscheiden, nicht mehr mit der Temperatur allein als Box-Variable auszukommen ist, sondern zusätzliche Variable (möglicherweise Bedeckungsgrad oder Feuchte) benötigt werden. Damit würde das Modell gleich wesentlich aufwendiger und undurchsichtiger werden, was der Entwicklung einer einfachen Lösung zur Datenanalyse entgegenläuft. Deshalb wird im Rahmen dieser Arbeit kein solches Modell erstellt, sondern hier die Grenze dessen gesehen, was auf einfachstem Wege noch machbar ist.

Südliche Außertropen, $r^2=92.55\%$



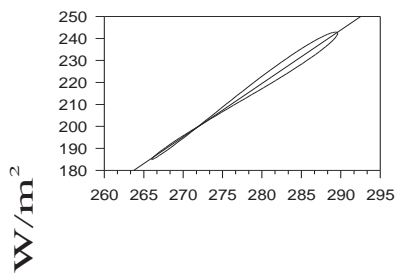
Temperatur in K

Südliche Tropen, $r^2=50.29\%$



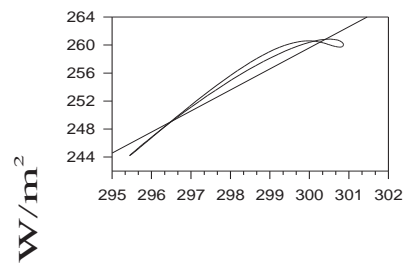
Temperatur in K

Nördliche Außertropen, $r^2=99\%$



Temperatur in K

Nördliche Tropen, $r^2=93.9\%$



Temperatur in K

Kapitel 5

Externe Modellantriebe

5.1 Einleitung

Die Modelle für die Störungen der globalen Mitteltemperatur und der Hemisphären-temperaturen können verwendet werden, um von Störantrieben externer Einflüsse auf die zugeordneten Temperaturverläufe zu schließen. Um dies zu tun, müssen die Einflußgrößen in Form von Heizleistungen pro Fläche in $\frac{W}{m^2}$ vorliegen. Die Berechnung dieser Heizleistungen ist Inhalt dieses Kapitels.

Im folgenden wird davon ausgegangen, daß das Klimasystem internen Wechselwirkungen und externen Antrieben unterliegt (s. Kap. 1). Dabei sind unter externen Antrieben nicht extraterrestrische (geometrisch äußere) zu verstehen, sondern solche, die nicht selbst vom Klimasystem beeinflußt werden. Es werden vier externe Antriebe verwendet. Davon sind zwei natürlichen Ursprungs und zwei anthropogen. Zunächst werden die natürlichen Schwankungen des solaren Antriebs diskutiert. Aus den zahlreichen Rekonstruktionen des Verlaufs der solaren Schwankungen des letzten Jahrhunderts wird die am plausibelsten erscheinende ausgewählt und weiter verwendet. Wesentlich aufwendiger ist die Betrachtung der ebenfalls natürlichen Vulkanaktivität. Die zu Verfügung stehenden Vulkanparameter sind entweder zumindest zum Teil aus Temperaturanomalien geschlossen worden (und damit nur eingeschränkt verwendbar, z.B. der Index von Lamb, 1970), oder enthalten nur die Quellstärken oder nur die Senkenstärken als Information, ohne jedoch Transport von Vulkanaerosol und Strahlungsübertragung zu berücksichtigen. Deshalb wurde im Rahmen dieser Arbeit ein neuer Vulkanindex erstellt, der diese Schwächen vermeidet.

Den natürlichen Einflüssen werden zwei anthropogene Einflüsse gegenübergestellt. Dies ist einerseits der anthropogene Zusatztreibhauseffekt, der zunächst im Vergleich zu anderen atmosphärischen Wärmeflüssen betrachtet wird. Andererseits wird noch der kühlende anthropogene troposphärische Sulfateffekt berücksichtigt. Dabei kann nur der direkte Strahlungseffekt betrachtet werden, da die Kenntnisse über den indirekten Effekt (Sulfatpartikel beeinflussen Wolken und diese beeinflussen die Strahlungsbilanz) noch zu gering sind.

5.2 Solarer Einfluß

Die solare Einstrahlung ist der Motor des Klimageschehens. Demzufolge ist zu erwarten, daß das Klimasystem auf Schwankungen der "Solarkonstante" reagiert. Die Schwankungen der Solarkonstante wurden von 1978 bis 1989 von mehreren Satelliten (Nimbus 7, SMM = Solar Maximum Mission, ERBS= Earth Radiation Budget Satellite) gemessen (Lee 1988, 1990). Es wurde dabei beobachtet, daß die Solarkonstante von etwa $1370 \frac{W}{m^2}$ in dieser Zeit in einem Zyklus um etwa $1 \frac{W}{m^2}$ geschwankt hat. Foukal und Lean (1990) haben gezeigt, daß dieses Verhalten sehr gut mit der Sonnenfleckenrelativzahl SRZ übereinstimmt. Damit wird die naheliegende Vermutung unterstützt, daß die SRN als Index für die solare Strahlung auch zu früheren Zeiten verwendet werden kann. Diese Vermutung ist aus folgenden Gründen plausibel. Die Stärke der solaren Ausstrahlung hängt wesentlich vom konvektiven Wärmetransport zur Sonnenoberfläche ab (R. Kippenhahn, 1990). Wenn die Konvektion stark ist, wird einerseits viel Wärme zur Oberfläche transportiert und damit die Ausstrahlung erhöht. Andererseits nimmt dann auch die Anzahl der Sonnenflecken zu, denn diese repräsentieren Stellen, an denen (im Plasma "eingefrorene") Magnetfeldlinien durch Konvektion an die Oberfläche gebracht werden. Damit kann, mit Hilfe der seit dem 17. Jh beobachteten Sonnenflecken (und der daraus von Wolf 1874 entwickelten SRN) und der Regression von Foukal und Lean (1990), auf den Verlauf der solaren Schwankungen seit dieser Zeit geschlossen werden.

Andere Autoren gehen davon aus, daß die solare Ausstrahlung nicht wesentlich von der Sonnenfleckenrelativzahl abhängt. So postulierte Gilliland (1982), daß die Überlagerung von drei solaren harmonischen Oszillatoren (die mit Variationen im Sonnendurchmesser zusammenhängen) zu Schwankungen in der globalen Mitteltemperatur mit folgenden Perioden P_i und zugehörigen Amplituden A_i führen:

$$\begin{array}{ll} P_1 = 12.4 \text{ Jahre} & A_1 = .048 \text{ K,} \\ P_2 = 21.4 \text{ Jahre} & A_2 = .056 \text{ K,} \\ P_3 = 76 \text{ Jahre} & A_3 = .136 \text{ K.} \end{array}$$

Landscheidt (1983,1988) führt Schwankungen in der Solarkonstanten auf Gravitationseinwirkungen des Sonnensystems zurück, denen zufolge die Sonne um den Schwerpunkt des Systems kreist. Friis-Christensen und Lassen (1991) führen die Schwankungen der solaren Ausstrahlung auf die Längenvariation des quasi-11-jährigen solaren Zyklus zurück.

Schönwiese et al. (1994) haben diese und andere solare Indexreihen untereinander und mit jahreszeitlich und regional aufgeteilten Temperaturen auf der Erde in einem multivariaten Ansatz unter Berücksichtigung anderer Einflußgrößen verglichen. Sie kommen zu dem Schluß, daß der von Foukal und Lean gegebene Zusammenhang am ehesten die Realität wiedergibt. Sie bestätigen damit auch die Aussagen des IPCC 1990.

Hoyt und Schatten (1993) haben einen Solarindex erstellt, der mehrere Parameter (u.a. Zykluslänge und Rotationsgeschwindigkeit der Sonne) mit einbezieht. Bei der Extrapolation in die Vergangenheit treten dabei Schwankungen auf, die um den Faktor 10 größer sind als in dem Zeitraum, für den Satellitenmessungen vorliegen. Damit können 71% der Varianz der globalen Mitteltemperatur erklärt werden. Trotz plausibler Begründung kann der Ansatz nicht von physikalischen Modellen bestätigt werden.

In dieser Arbeit wird dem Ansatz von Foukal und Lean der Vorzug gegeben. Die dadurch

verursachte Heizleistung erhält man, indem man die Solarkonstante mit der mittleren planetaren Coalbedo ($1 - \alpha_p$) multipliziert und durch den Geometriefaktor 4 teilt, da die bestrahlte Querschnittsfläche der Erde nur ein Viertel der Erdoberfläche beträgt (s. Kap. 3.2.2). Die Abweichungen von dessen zeitlichen Mittel ergeben die Störheizleistungen, die in Abb. 5.1 angegeben sind.

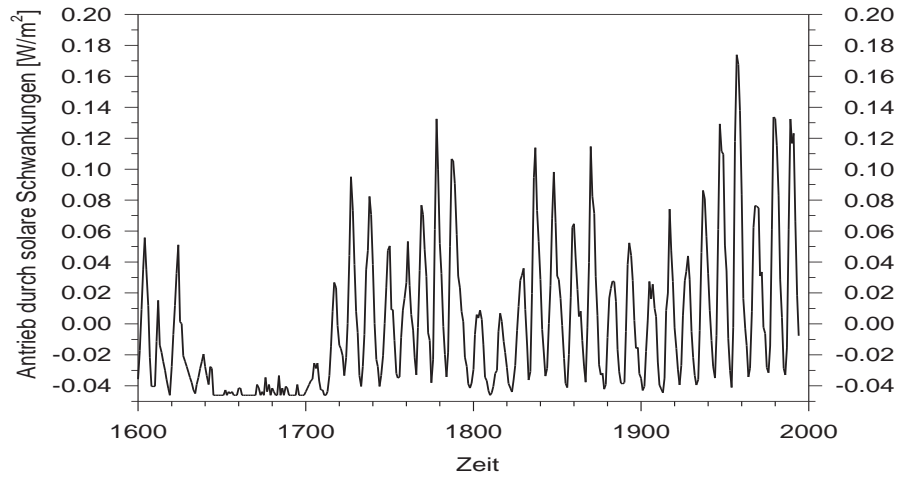


Abbildung 5.1: Durch solare Schwankungen verursachte Störheizleistungen basierend auf der Sonnenfleckenrelativzahl und einer Regression von Foukal und Lean (1990).

5.3 Vulkanischer Einfluß

Der zweite natürliche Einfluß, der hier explizit behandelt werden soll, ist der Vulkanismus. Nach Hansen et al. (1993) handelt es sich beim Vulkanismus wohl um einen der bestverstandenen und stärksten Einflüsse auf das Klima der letzten 100 Jahre neben dem anthropogenen Treibhauseffekt. Dagegen spricht allerdings, daß der Einfluß des Vulkanismus im allgemeinen durch Indexzahlen ausgedrückt wird. Erst in den letzten Jahren wurde damit begonnen, die Wirkung von Vulkanausbrüchen mit Zirkulationsmodellen zu studieren. Zur Zeit liegen dazu aber nur Ergebnisse von Gleichgewichtssimulationen mit reinen Atmosphärenmodellen vor (Kirchner, 1994).

Für das in dieser Arbeit verwendete Modell wird eine Vulkanparametrisierung benötigt, die den vulkanischen Einfluß in Form von hemisphärischen Heizleistungen ausdrückt. Diese gilt es aus gegebenen Vulkanindices (die Auskunft über den Eintrag von vulkanischem Aerosol in die Stratosphäre geben) zu schließen, so daß zunächst ein vorhandener Vulkanindex gesucht werden muß, der die Grundlage der Parametrisierung liefert. Der Dust Veil Index (DVI) von Lamb (1970, 1977, 1983) scheidet dabei aus, da er unter anderem auch aus dem beobachteten Temperaturverlauf geschlossen wurde und somit nicht verwendet werden kann, um Temperaturverläufe zu erklären. Der Index von Mitchell (1970) ordnet jedem Vulkan eine Ausbruchsstärke zu, basiert aber auf dem DVI und kann deshalb in dieser Arbeit ebenfalls nicht verwendet werden. 1981 haben Simkin et al. den Volcanic Explosivity Index (VEI) veröffentlicht, der auf geologische Studien zur Rekonstruktion der Ausbruchsstärke basiert. Diese Ausbruchsstärke ist nun dekadisch logarithmisch skaliert und wird in natürlichen Zahlen angegeben, d.h. in Stufen, die sich um den Faktor zehn unterscheiden. So hat z.B. der sehr starke Ausbruch des Tambora im Jahr 1815 einen VEI von 7, der Krakatau 1883 einen VEI von 6 und Mount St. Helens (1980) einen VEI von 5. Eine gewisse Explosivität eines Vulkanausbruchs ist zwar notwendig, um Schwefeldioxid in die Stratosphäre einzutragen, aber nicht hinreichend zur Bestimmung der Menge des eingebrachten Schwefeldioxids. So hat der Mount St. Helens Ausbruch (1980) nach Untersuchungen von Robock (1981) keinerlei klimatischen Einfluß (trotz seines hohen VEI von 5). Andererseits hat der Ausbruch des Agung von 1963 laut einer Studie von Robock (1983) zu einem starken Schwefeldioxideintrag in die Stratosphäre geführt, obwohl er nur einen VEI von 4 hat.

Der Index von Sato et al. (1993) bezieht Satelliten- und bodengestützte Messungen von vulkanischen Aerosolwolken mit ein und kann damit insbesondere für die letzten Dekaden als glaubwürdiger angesehen werden. Die Autoren geben als Index die aerosoloptische Dicke (AOD) bei der Wellenlänge $\mu = .55 \mu m$ an. Diese ist für vier flächengleiche Breitenbänder aufgeschlüsselt. Mit der Approximation von Lacis et al. (1992) ($Q_{Vul} \approx 30 AOD$) können damit die gewünschten Heizleistungen (in $\frac{W}{m^2}$) angegeben werden. Für länger zurückliegende Vulkanereignisse beruft sich diese Parametrisierung jedoch auf den von Mitchell (1970), der aus gemessenen Temperaturanomalien gewonnen ist, und kann somit in dieser Arbeit nicht verwendet werden.

Um gesichertere Aussagen über den stratosphärischen Eintrag von weit zurückliegenden Vulkanausbrüchen machen zu können, haben Robock und Free (1995) einen Vulkanindex entwickelt, der auf Informationen aus Eisbohrkernen beruht (IVI= Icecore Volcanic Index). Dabei tritt das Problem auf, daß die Eisbohrkerndaten stark verrauscht sind und sogar sehr dicht beieinander liegende Bohrlöcher sehr unterschiedliche Amplituden

liefern. IVI ist ein gewichtetes Mittel über die verfügbaren Eisbohrkerndaten. Es wurden dabei aber keine Informationen über stratosphärische Transport- und Sedimentationsprozesse berücksichtigt, so daß auch dieser Index seine Schwächen hat.

Trägt man, wie es Robock und Free (1995) gemacht haben, die verschiedenen Parameter in einem Diagramm auf, so erkennt man eine gute Übereinstimmung, die wesentlich daher rührt, daß die Ausbruchsjahre gleich sind. Andererseits unterscheiden sich die Amplituden erheblich.

Um aus den Parametrisierungen auf die Klimawirkung zu schließen, wurden verschiedene Ansätze gemacht (s. z.B. Schönwiese 1988, Cress 1987, B. Siebert 1995). Im allgemeinen wird zwischen tropischen und außertropischen Vulkanen unterschieden, wobei letztere nur hemisphärisch wirken. Eine einfache Erweiterung dieser Vorgehensweise, die die Strahlungswirkung nicht vollständig unberücksichtigt läßt, ist die Multiplikation mit dem hemisphärisch gemittelten Jahresgang der Strahlungsaufnahme. Die Parametrisierung, die sich aus dieser Vorgehensweise ergibt, sei hier V_0 genannt. Sie wird später einer aufwendigeren Parametrisierung gegenübergestellt.

Die Vulkanparametrisierung, die im folgenden entwickelt wird, soll einerseits noch überschaubar einfach sein, andererseits aber die wesentlichen Prozesse berücksichtigen. Es ist demnach folgendes zu beachten: Zunächst wird durch einen Vulkanausbruch an einer bestimmten Stelle zu einem bestimmten Zeitpunkt eine bestimmte Menge vulkanisches Schwefeldioxid in die Stratosphäre eingebracht. Dieses wird durch Gas-Feststoffreaktionen zu Sulfat umgewandelt, das durch Koagulationsprozesse zu immer größeren Teilchen anwächst, die durch Sedimentation die Stratosphäre wieder verlassen. Dabei wird das Sulfat durch stratosphärische Transportprozesse horizontal transportiert. Alle diese Prozesse müssen so parametrisiert werden, daß man die Sulfatkonzentration in Abhängigkeit von Ort und Zeit (bei einer gewissen räumlichen Auflösung) angeben kann.

Die Sulfatpartikel bewirken eine Extinktion der solaren Einstrahlung. Um diese abzuschätzen, benötigt man Angaben über die optischen Eigenschaften des Aerosols einerseits und über den Sonnenstand in Abhängigkeit von Ort und Zeit andererseits.

Es werden demnach zwei Routinen benötigt: Eine Aerosolausbreitungsroutine und eine Strahlungsübertragungsroutine. An beide Routinen werden keine sehr strengen Anforderungen zu stellen sein, da die vulkanische Ausbruchsstärke selbst nur sehr ungenau bekannt ist.

5.3.1 Stratosphärische Aerosolausbreitungsroutine

Um eine stratosphärische Ausbreitungsroutine zu entwerfen, muß man sich zunächst mit den stratosphärischen Transportprozessen auseinandersetzen. Der momentane Stand der Kenntnis über diese Transportprozesse legt das in Abb. 5.2 angegebene Bild nahe (Schmidt 1995, Volk 1996). Demnach gibt es einen sehr langsamen advektiven Transport durch die obere Stratosphäre einerseits und einen diffusiven Transport durch die untere Stratosphäre andererseits. Da der advektive Transport eine Zeitskala von mehreren Jahren hat, während die Aufenthaltszeit der Aerosole in der Stratosphäre bei etwa einem Jahr liegt, wird der advektive Transport hier vernachlässigt.

Der diffusive Transport wird über einen nichtlokalen Austausch-Ansatz, wie ihn R. Stull (1984) in der Grenzschichtmeteorologie eingeführt hat, beschrieben. Dabei ist die Anzahl der betrachteten flächengleichen Breitenbänder ein Kompromiß zwischen möglichst guter Auflösung einerseits und numerischem Aufwand sowie dem Defizit an Information über die Breitenabhängigkeit der Austauschkoeffizienten andererseits (für die Bestimmung der Parameterwerte siehe Abschnitt 5.3.3). Es werden 16 Breitenbänder zwischen Südpol und Nordpol verwendet. Die schmalsten Breitenbänder sind mit etwa 7.2° Breite am Äquator, die breitesten mit etwa 29° an den Polen. Letztere repräsentieren den Polarwirbel (Polar Vortex). Die 6 Breitenbänder zwischen $\pm 22^\circ$ geben die Tropical Pipe (Plumb, 1994) wider, die restlichen acht liegen über den mittleren Breiten.

Für alle Austauschkoeffizienten wird eine jahreszeitliche Abhängigkeit angenommen. Für vier Jahreszeiten und 16 Breitenbänder erhält man so eine $16 \times 16 \times 4$ Austauschmatrix. Dieser Ansatz mit 1024 Koeffizienten ist sehr vielseitig anwendbar, wobei sich für die meisten Anwendungen die Anzahl der Koeffizienten erheblich reduziert. Betrachtet man z.B. nur den lokalen Austausch, d.h. nur zwischen benachbarten Breitenbändern, so sind in den vier 16×16 Matrizen nur die Hauptdiagonalen und die ersten Nebendiagonalen ungleich Null, was zu 184 Koeffizienten führt. Falls bei dem Austausch keine Richtung bevorzugt wird, verbleiben noch 60 unabhängige Koeffizienten. Setzt man den Austausch weiterhin unabhängig von der geographischen Breite an, so bleiben nur noch vier Koeffizienten, welche die vier Jahreszeiten repräsentieren. Man hat dann formal die Lösung einer homogenen, isotropen Diffusion.

Für die hier vorgeschlagene Parametrisierung wird die Austauschmatrix wie folgt angesetzt:

- Zunächst gehen wir von jahreszeitlicher Symmetrie aus. Dadurch sind nur zwei Jahreszeiten zu unterscheiden, eine Übergangsjahreszeit und eine Extremjahreszeit. Die anderen beiden Jahreszeiten verhalten sich entsprechend. Dadurch ist die Zahl der Koeffizienten von 1024 auf 512 reduziert.
- Weiterhin wird ein lokaler, aber nicht isotroper Austausch angenommen, wodurch sich die Anzahl der Koeffizienten weiter auf 92 reduziert.
- In Anlehnung an Abbildung 5.2 läßt sich die Austauschmatrix wie folgt weiter vereinfachen. Die Austauschkoeffizienten zwischen Breitenbändern der gleichen Art (z.B. zwischen zwei tropischen Bändern) seien konstant. Auch die Austauschkoeffizienten zwischen Tropen und Außertropen, ebenso wie die zwischen Außertropen und Tropen (man beachte, daß diese wegen der Anisotropie des Austauschs nicht gleich sind), seien konstant. Diese Annahmen sind durch die ersten Ergebnisse des amerikanischen stratosphärischen Forschungsprojekts ACATS begründet (Volk, 1996).

Von der Jahreszeit hängen dann nur noch die Austauschkoeffizienten zwischen den gemäßigten Breiten und dem polaren Breitenband ab. Dort wird zwischen dem winterlichen und sommerlichen Polarwirbel sowie einer Übergangszeit unterschieden. Damit ist die Anzahl der Koeffizienten auf 7 reduziert.

Zur Berücksichtigung der Sulfataufbau-, Wachstums- und Sedimentationsprozesse wird wie folgt vorgegangen. Der Sulfataufbau aus dem Schwefeldioxid wird linear in der Zeit

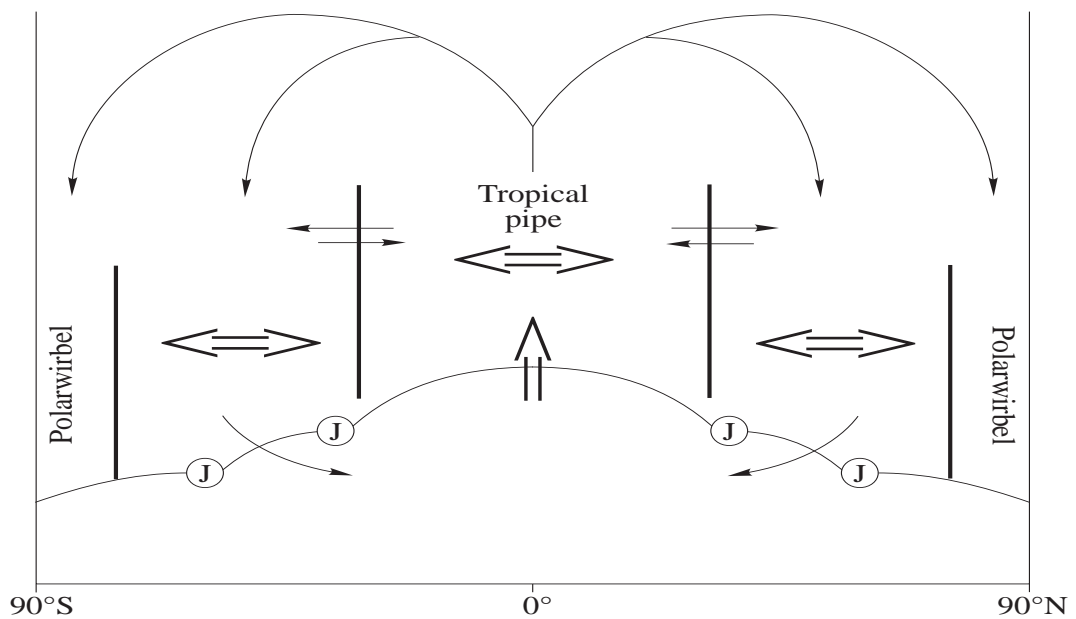


Abbildung 5.2: Schema der stratosphärischen Transportprozesse (J =Jetstream).

angesetzt, d.h. vom Ausbruchzeitpunkt ab linear zunehmend bis zur Zeit t_{max} , wo die Sulfatkonzentration ihr durch die Ausbruchsstärke vorgegebenes Maximum erreicht. Ab diesem Zeitpunkt wird nur noch die Sedimentation betrachtet, die wiederum von der Breite abhängt.

Dies ist plausibel, da die Luft über den Tropen eher aufsteigt und in polaren Breiten eher absinkt, was in mehrerlei Hinsicht wirkt. Aufsteigende Luft dehnt sich aus, wodurch die Koagulationswahrscheinlichkeit sinkt und damit der Wachstumsprozeß der Teilchen verlangsamt wird. Absinkende Luft verringert ihr Volumen, erhöht die Koagulationswahrscheinlichkeit und bringt die Partikel näher an den Unterrand der Schicht.

Ein weiterer schwer zu erfassender Einfluß auf Teilchenwachstum und Sedimentation ist die Kondensation von Wasserdampf an deren Oberfläche. Dies passiert in der unterkühlten winterlichen polaren Zone. Dort entstehen polare stratosphärische Wolken, als deren Folge ein großer Anteil des dortigen Aerosols in die Troposphäre ausgewaschen werden kann. Ein davon unabhängiger Prozeß, der Aerosolteilchen aus der Stratosphäre entfernt, ist der Austausch von Luftmassen von der Stratosphäre in die Troposphäre. Ein solcher Austausch kann auf isentropen Flächen stattfinden, wo diese die Tropopause schneiden. So werden in den Außertropen durch horizontale äquatorwärts gerichtete Strömungen der unteren Stratosphäre nach Rosenlof und Holton (1993) und Holton et al. (1995) 10^9 bis $10^{10} kg$ Luft pro Sekunde aus der Stratosphäre entfernt. Im Bereich der Tropen wird die gleiche Menge troposphärischer Luft in die Stratosphäre eingetragen. Die Luft verläßt die Stratosphäre im wesentlichen an den Tropopausenfaltungen und -brüchen, aber auch durch sog. cut-off lows. Letztere sind dynamische Tiefs, die wirkungsvoll Luft und Aerosolteilchen aus der Stratosphäre herausziehen. Die Teilchen dienen dann als Kondensationskerne und werden aus der Atmosphäre ausgewaschen.

Alle genannten Prozesse wirken zusammen und können in einer einfachen Parametrisierung nicht detailliert beschrieben werden. Stattdessen werden die Sedimentationskoeffi-

zienten (die angeben, welcher Anteil des Aerosols pro Monat die Stratosphäre verlassen) plausibel in Abhängigkeit von der Breite gewählt.

Auch die nichtlinearen Wachstumsprozesse werden nicht explizit betrachtet, da sie nicht mehr sinnvoll **und** einfach zu erfassen sind. Ihre Wirkung auf die Sedimentation ist implizit jedoch durch die Breitenabhängigkeit der Sedimentation berücksichtigt (s. Kap. 5.3.3). Der Einfluß der Größenverteilung auf die Strahlungsprozesse kann dadurch nicht ausgedrückt werden.

Das Maß für den Einfluß auf die Strahlung ist die aerosoloptische Dicke (AOD). Nun wird vereinfachend angenommen, daß die AOD linear proportional zur oben berechneten Aerosolmassenkonzentration ist. Über die AOD liegen sowohl bodengestützte (Dutton, 1994) als auch Satellitenmessungen vor (McCormick, 1994). t_{max} und die Breitenabhängigkeit der Sedimentation werden so gewählt, daß mit der vorgegebenen plausiblen Austauschmatrix die gemessenen AOD möglichst gut reproduziert werden. Mit den Daten von Dutton (1994) und McCormick (1994) stehen zwei starke Vulkanausbrüche (El Chichon, 1982, und Pinatubo, 1991) zur Kalibrierung zur Verfügung. Die so entstandene Parametrisierung ordnet jedem Vulkanausbruch eine breiten- und zeitabhängige AOD zu. Diese geht in die folgende Strahlungsübertragungsroutine ein.

5.3.2 Strahlungsübertragungsroutine

Die Strahlungsübertragungsroutine basiert auf der Annahme, daß die Sulfatpartikel nur mit der kurzwelligeren solaren Einstrahlung wechselwirken. Zusätzlich wird nur die Extinktion der direkten Strahlung explizit berücksichtigt. Dies ist eine sehr starke Einschränkung, vereinfacht aber auch die Parametrisierung erheblich. Sie ist dann gerechtfertigt, wenn die Wirkung auf die Streustrahlung etwa dem gleichen formellen Zusammenhang folgt oder wesentlich geringer ist als die direkte Wirkung. In diesem Fall kann folgende einfache Lösung der Strahlungsübertragungsgleichung verwendet werden:

$$N_u = N_o \exp\left\{-\int_{z_u}^{z_o} \sigma_E \omega dz\right\} \quad (5.1)$$

mit:

- N_u = Strahlungsflußdichte am Unterrand der Aerosolschicht
- N_o = Strahlungsflußdichte am Oberrand der Aerosolschicht
- z_o = Oberrand der Aerosolschicht
- z_u = Unterrand der Aerosolschicht
- ω = Wegverlängerungsfaktor bei schräger Einstrahlung
- $\sigma_E(z)$ = Extinktionskoeffizient der Aerosolschicht.

Da Extinktionskoeffizienten additiv sind, kann σ_E zerlegt werden in einen Anteil der vulkanisch nicht gestörten Stratosphäre σ_0 und einen zusätzlichen vulkanischen Anteil σ_v . Somit kann man Glg. (5.1) unter Berücksichtigung der ungestörten Strahlungsflußdichte am Unterrand der Aerosolschicht N^* so formulieren, daß der vulkanische Einfluß extrahiert ist:

$$N_u = N^* \exp\left\{-\int_{z_u}^{z_o} \sigma_v \omega dz\right\}. \quad (5.2)$$

In einer vertikal homogenen Schicht hängt ω nicht von der Höhe ab (keine Beugung des Strahls). Unter dieser Annahme, die für diese Fragestellung gut erfüllt ist, kann ω in Glg. (5.2) aus dem Integral herausgezogen werden. Das verbleibende Integral ist dann die AOD, so daß folgt:

$$N_u = N^* \exp(-AOD * \omega). \quad (5.3)$$

Der vulkanische Einfluß führt dann zu einer Änderung der Strahlungsflußdichte $\Delta N = N_u - N^* = N^*(\exp\{-AOD * \omega\} - 1)$.

Davon ist nur der nicht reflektierte Anteil der senkrechten Komponente von Bedeutung. Deshalb wird ΔN noch mit der planetaren Coalbedo $(1 - \alpha_p)$ in Abhängigkeit von der geographischen Breite und der Jahreszeit durchmultipliziert. Die senkrechte Komponente von ΔN erhält man, wenn man für N^* nur dessen senkrechte Komponente N_{\perp}^* betrachtet. Die vulkanisch erzeugte Heizleistung in der Breite φ und zur Zeit t ist dann

$$Q_{vulk}(\varphi, t) = N_{\perp}^*(\varphi, t) * (1 - \alpha_p(\varphi, t)) * [\exp\{-AOD(\varphi, t) * \omega(\varphi, t)\} - 1]. \quad (5.4)$$

Nun wird wiederum vereinfachend nicht über Glg. (5.4) gemittelt, sondern unter der Annahme, daß die einzelnen Variablen relativ glatt im Bereich eines Breitenbandes und eines Zeitschrittes sind, erst gemittelt und dann Glg. (5.4) angewendet, d.h. unter Berücksichtigung des Breitenmittels

$$\langle x \rangle = \frac{1}{\Delta\varphi} \int_{\varphi}^{\varphi+\Delta\varphi} x(\varphi) d\varphi \quad (5.5)$$

und des Zeitmittels

$$\bar{x} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} x(t) dt \quad (5.6)$$

wird folgende Approximation angewandt:

$$\overline{Q_{vulk}} = \overline{N_{\perp}^* * (1 - \alpha_p) [\exp(-AOD * \omega) - 1]} \approx \overline{N_{\perp}^* (1 - \alpha_p)} [\exp(-\overline{AOD} * \langle \bar{\omega} \rangle) - 1] \quad (5.7)$$

Um diese Gleichung für die Breitenbänder φ_i und Zeitschritte t_k anwenden zu können, muß die senkrechte Komponente der ungestörten Strahlungsflußdichte N_{\perp}^* , die planetare Coalbedo $(1 - \alpha_p)$ und der Wegverlängerungsfaktor ω in Abhängigkeit von der Jahreszeit und der Breite vorliegen. Die senkrechte Komponente der ungestörten Strahlungsflußdichte der einfallenden solaren Strahlung und die planetare Coalbedo liegen in Form von Fourier-Legendre-Entwicklungen vor (North und Coakley, 1979), und können einfach über die Breitenbänder und Zeitschritte gemittelt werden. Somit verbleibt als einzige Unbekannte der Wegverlängerungsfaktor in Abhängigkeit von Breite und Jahreszeit, der wie folgt berechnet wird.

Wegverlängerungsfaktor

Der Wegverlängerungsfaktor ω ist definiert als das Verhältnis aus durchstrahltem Weg l und minimal möglichem durchstrahltem Weg; letzterer ist identisch mit der Schichtdicke d . Bei der Betrachtung des Wegverlängerungsfaktors muß die Krümmung der Schicht

berücksichtigt werden, wie es Abb. 5.3 zeigt. Für eine Schicht, deren Unterseite die Höhe h über dem Erdboden hat, gilt unter Anwendung des Sinus-Satzes und bei dem Erdradius R gemäß Abb. 5.3:

$$\begin{aligned} l &= a_2 - a_1 \\ a_1 &= \frac{R+h}{\sin(\pi-\Theta)} \sin \left\{ \Theta - \arcsin \left[\frac{R}{R+h} \sin(\pi - \Theta) \right] \right\} \\ a_2 &= \frac{R+h+d}{\sin(\pi-\Theta)} \sin \left\{ \Theta - \arcsin \left[\frac{R}{R+h+d} \sin(\pi - \Theta) \right] \right\} \end{aligned} \quad (5.8)$$

Der Wegverlängerungsfaktor hängt somit vom Zenitwinkel der einfallenden Strahlung Θ ab. Dieser wiederum ist eine Funktion der geographischen Breite φ , der Jahreszeit t_j und (für einen festen Ort) auch eine Funktion der Tageszeit t_t . Mit der Deklination der Sonne δ , die von der Jahreszeit abhängt und dem Tagesgang ϕ (gemessen als Winkel zwischen der Südrichtung und dem Azimut der Sonne) folgt mit Hilfe des Cosinus-Satzes (s. z.B. Monin, 1986):

$$\Theta = \arccos(\sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos \phi) \quad (5.9)$$

Für die Deklination der Sonne gilt in guter Näherung folgende Abhängigkeit vom Winkel der Zeit im Jahr $\vartheta = 2\pi t_j$ mit $t_j \in [0, 1]$ (Paltridge und Platt, 1976):

$$\begin{aligned} \delta &= .006918 - .399912 \cos \vartheta + .070257 \sin \vartheta \\ &\quad - .006758 \cos 2\vartheta + .000907 \sin 2\vartheta \\ &\quad - .002697 \cos 3\vartheta + .001480 \sin 3\vartheta \end{aligned} \quad (5.10)$$

Für die Parametrisierung ist nur der mittlere Wegverlängerungsfaktor in Abhängigkeit von der geographischen Breite φ und der Jahreszeit t_j von Interesse. Deshalb wird zunächst das Mittel des Tagesgangs für den Zeitraum, in dem die Sonne über dem Horizont steht, gebildet. Dies entspricht dem Anteil des Breitenkreises, der zu der Jahreszeit von der Sonne beschienen wird. Um diesen Anteil zu berechnen, kann in Glg. (5.9) $\theta = \pi/2$ gesetzt werden und daraus die Integrationsgrenzen $\phi_{auf}(t_j, \varphi)$ und $\phi_{unter}(t_j, \varphi)$ für Sonnenauf- und Untergang in Abhängigkeit von der Jahreszeit und der geographischen Breite bestimmt werden. Dann kann Glg. (5.10) in Glg. (5.9) und diese wiederum in Glg. (5.8) eingesetzt werden. Um den gewünschten Ausdruck für $\omega(t_j, \varphi)$ zu erhalten, muß man den entstandenen Ausdruck von $\phi_{auf}(t_j, \varphi)$ bis $\phi_{unter}(t_j, \varphi)$ integrieren und durch die Differenz von $\phi_{unter}(t_j, \varphi)$ und $\phi_{auf}(t_j, \varphi)$ teilen. Die Integration wird numerisch mittels Romberg-Integration durchgeführt (s. z.B. Stummel und Hainer, 1971).

Es sind nun alle Größen gegeben, die benötigt werden, um Glg. (5.7) für jedes Breitenband und jeden Zeitschritt im Jahr zu lösen. Unter Vorgabe von Zahlenwerten für die eingeführten Parameter kann die Parametrisierung in dieser Form verwendet werden. Die Wahl der Parameter wird im folgenden vorgestellt.

5.3.3 Parameterkombination und Kalibrierung

Der Eintrag von vulkanogenem Aerosol Q in die Stratosphäre wird mit $Q = v(t = t_0, \varphi = \varphi_0) = 10^{VEI}$ angesetzt, wobei t_0 der Ausbruchzeitpunkt und φ_0 das Breitenband ist, in dem der Vulkanausbruch stattfindet. Dabei wird eine aktualisierte Version des VEI-Index (L. Siebert, 1993) verwendet. Zusätzlich wurde unter Berücksichtigung

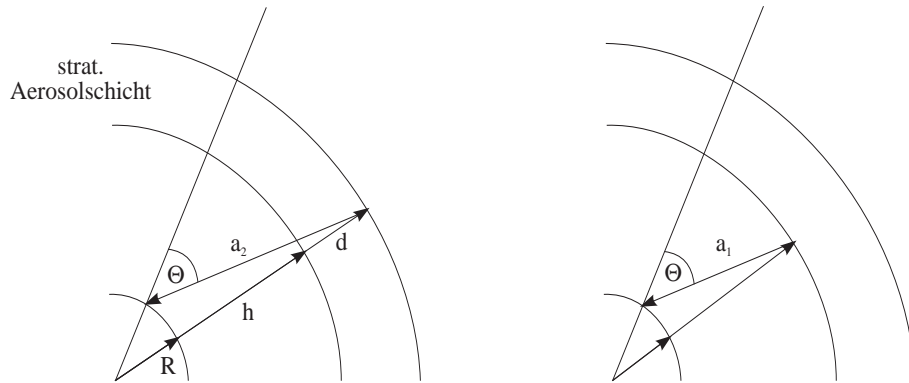


Abbildung 5.3: Schema des verlängerten Strahlungswegs bei schräger Einstrahlung durch eine gekrümmte Schicht. Ein Strahl, der aus dem Zenitwinkel Θ eine Schicht der Dicke d in der Höhe h durchdringt, legt in ihr den Weg $a_2 - a_1$ zurück.

der Ergebnisse von Robock und Free (1995) der Ausbruch des Mount St. Helens (1980) von 5 auf 4 herabgesetzt und der des Agung (1963) von 4 auf 6 herauf.

Für die geometrischen Parameter werden folgende Werte verwendet:

Erdradius	=	6357km
Unterrand der Aerosolschicht	=	15km
Dicke der Aerosolschicht	=	10km.

Die 16 flächengleichen Breitenbänder erhält man, indem man den Sinus der geographischen Breite von -1 bis 1 in .125-breite Abschnitte teilt. Die Flächengleichheit erlaubt es in der oben beschriebenen einfachen Weise, die Massendiffusion in Abhängigkeit von der Massenkonzentration anzusetzen. Das südlichste und nördlichste Breitenband repräsentiert die polaren Breiten. Die sich jeweils daran anschließenden vier Bänder repräsentieren die Außertropen und die mittleren 6 Breitenbänder die Tropen. Für die Austauschkoefizienten wurden nach Volk (1996) folgende Werte verwendet:

Tropen \leftrightarrow Tropen	=	50%/Monat
Tropen \rightarrow Außertropen	=	33%/Monat
Außertropen \rightarrow Tropen	=	7%/Monat
Außertropen \leftrightarrow Außertropen	=	50%/Monat
Winterpolarwirbel \leftrightarrow Außertropen	=	1%/Monat
Sommerpolarwirbel \leftrightarrow Außertropen	=	10%/Monat
Polarregion in der Übergangszeit \leftrightarrow Außertropen	=	50%/Monat.

Dabei ist die Übergangszeit festgelegt von September bis November und von März bis Mai.

Die Austauschkoefizienten pro Zeitschritt a_i ergeben sich aus den Austauschkoefizienten pro Monat m_i , wenn ein Monat k Zeitschritte hat, über den folgenden Zusammenhang:

$$(1 - a_i)^k = (1 - m_i) \quad (5.11)$$

Es werden zunächst 180 Zeitschritte pro Jahr verwendet, um die Austauschmatrix zu füllen. Die dritte Potenz der Austauschmatrix kann dann bei 60 Zeitschritten pro Jahr verwendet werden.

Es wird angenommen, daß die Sedimentation die Aerosolkonzentration im Mittel in einem Jahr auf $1/e$ senkt (Hofmann und Rosen, 1983; IPCC, 1994). Weiter wird angenommen, daß ein Viertel der Sedimentation durch den Transport stratosphärischer Luft in die Troposphäre erfolgt, für den nach Rosenlof und Holton (1993) die in Tabelle 5.1 angegebenen Werte gelten. Die Zahlenwerte sind zwar recht ungenau, jedoch inter-

Tabelle 5.1: Vertikaler Luftmassenaustausch zwischen Stratosphäre und Troposphäre in $\frac{10^8 \text{kg Luft}}{\text{s}}$ nach Rosenlof und Holton (1993).

	DJF	JJA	Jahresmittel
Nordhem.	-81	-26	-53.5
Tropen	114	56	85
Südhem.	-33	-30	-31.5

essieren hier nur die Verhältnisse, in denen sie zueinander stehen. Entsprechend dieser Werte wird die Sedimentation je nach Jahreszeit in den Tropen verringert (wo keine Luft von der Stratosphäre in die Troposphäre gemischt wird) und in den Außertropen erhöht. In den winterlichen Polarwirbeln kommt ein weiterer Zuschlag durch das Auswaschen der polaren stratosphärischen Wolken von 40 % für den antarktischen Wirbel und 10% für den nicht so kalten arktischen Wirbel hinzu. Die Zeit des linearen Aerosolanstiegs wird auf $t_{max} = 5$ Monate festgesetzt. Aus der Anpassung an die Daten ergibt sich, wenn die Ausbruchsstärke auf 10^{VEI} gesetzt wird, $AOD = .31 * 10^{-3} * v$, wenn v die aus der Ausbreitungsroutine gegebene nicht normierte Aerosolmassenkonzentration des Breitenbandes ist. Da die Strahlungsübertragungsroutine die Streustrahlung nicht berücksichtigt, von der ein großer Anteil als Vorwärtsstreustrahlung die Aerosolschicht zusätzlich durchdringt, wird die Wirkung der Schicht von der Parametrisierung überschätzt. Die Amplitude wird deshalb an der gemessenen Wirkung des Ausbruchs des Pinatubo (1991) (s. IPCC Strahlungsreport, 1994) kalibriert.

5.3.4 Vergleich mit anderen Parametrisierungen

Abb. 5.4 zeigt die zeitlichen Verläufe von drei Vulkanparametrisierungen für die Zeit ab 1860, jeweils für die Nord- und Südhemisphäre. Dies ist einerseits die Parametrisierung von Sato et al. (1993), andererseits sind es die hier vorgestellte aufwendigere Parametrisierung und die einfache Parametrisierung V_0 (s. Kap. 5.3). V_0 wurde dabei so normiert, daß sie für den Pinatuboausbruch von 1991 im globalen Mittel die gleiche Heizleistung ergibt, wie die aufwendigere Parametrisierung. Der Index von Sato et al. wurde (da er nur bis 1990 vorliegt) auf die gleiche Weise am El Chichon normiert.

Abb. 5.4 zeigt, daß der zeitliche Verlauf des Parameters von Sato et al. und der dieser Arbeit für den El Chichon Ausbruch (1982) sehr ähnlich sind. Große Unterschiede ergeben sich v.a. vor 1900 und zwischen 1965 und 1980. Der Parameter von Sato et al. basiert seit 1960 auf einem Netz von bodengestützten Messungen der AOD, ist also in diesem Bereich recht vertrauenswürdig (wenn man davon absieht, das bodengestützte Messungen nicht nur den stratosphärischen Anteil messen). Wir müssen daraus schließen, daß der VEI dort nicht geeignet ist, den Sulfateintrag in die Stratosphäre abzuschätzen. Die höheren Heizleistungen vor 1900 führen Sato et al. auf die Ausbrüche mehrerer Vulkane

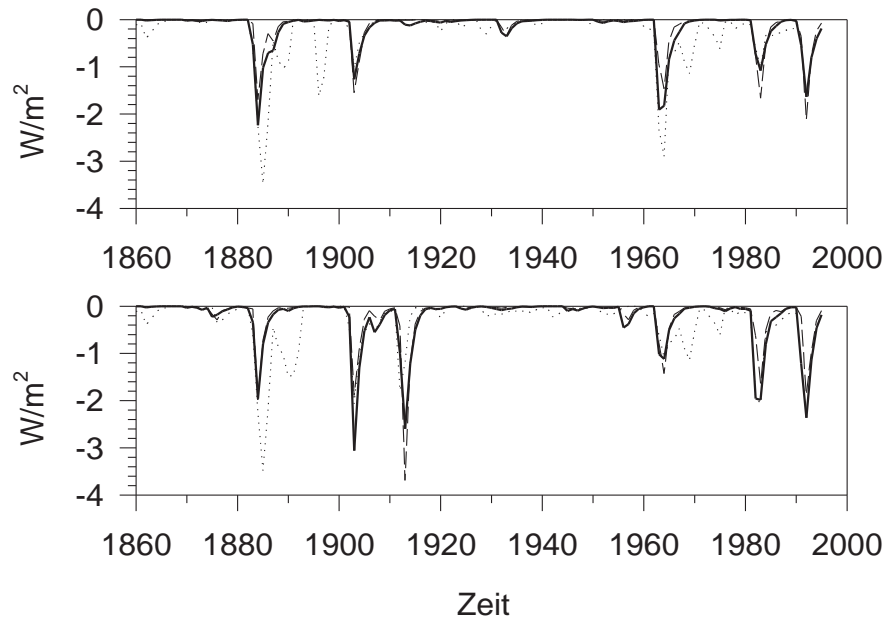


Abbildung 5.4: Vergleich des zeitlichen Verlaufs von Heizleistungen verschiedener Vulkanparametrisierungen, einfache Parametrisierung V_0 (unterbrochene Linien), Parametrisierung dieser Arbeit (durchgezogene Linien) und Parametrisierung von Sato et al. (1993) (gepunktete Linie). Die obere Abbildung zeigt den Vergleich für die Südhemisphäre, die untere für die Nordhemisphäre.

ne zurück. Dem VEI-Index zu Folge sind in diesem Zeitraum jedoch keine so starken Vulkane ausgebrochen.

Während der El Chichon (1982) auf der Nordhalbkugel etwa die doppelte Wirkung hatte wie auf der Südhalbkugel, war die Wirkung des Pinatubo (1991) auf beiden Hemisphären ähnlich (Robock und Free, 1995). Dieser Effekt wird durch die vorgestellte Parametrisierung recht gut wiedergegeben, nicht aber von dem sehr einfachen V_0 . Mit der hier vorgestellten Vulkanparametrisierung haben wir demnach ein Werkzeug zur Hand, das

- die Realität, soweit sie durch Messungen erfaßt ist, gut wiedergibt,
- Zirkelschlüsse, wie sie sich bei Anwendung der Parametrisierung, von Sato et al. (1993), dem DVI und der Parametrisierung von Mitchell (1970) ergeben würden, vermeidet und
- die physikalischen Prozesse (im Gegensatz zu IVI) wenigstens grob berücksichtigt.

5.4 Anthropogener Treibhausgas einfluß

In den letzten beiden Abschnitten wurden zwei Antriebe diskutiert, die extern auf das Klimasystem wirken. Bei der solaren Einstrahlung ist dies offensichtlich, nicht aber beim vulkanischen Einfluß. Das wird jedoch deutlich, wenn man sich die stratosphärische Aerosolschicht als über dem Klimasystem liegenden Filter für die solare Einstrahlung vorstellt. Bei den anthropogenen Einflüssen ist das anders. Hier müssen die internen Prozesse betrachtet werden, auf die sie einwirken. Deshalb werden zunächst die Energieflüsse in der Atmosphäre in einer groben Abschätzung betrachtet. Ausgangspunkt ist das Energieflußschema, wie es in jedem Einführungsbuch zur Klimatologie (aber auch im IPCC-Bericht 1996) zu finden ist. Drückt man alle auftretenden Teilflüsse als Anteile der Einstrahlung aus, so erhält man das in Abbildung 5.5 dargestellte Bild, wobei die Symbole folgende Bedeutung haben:

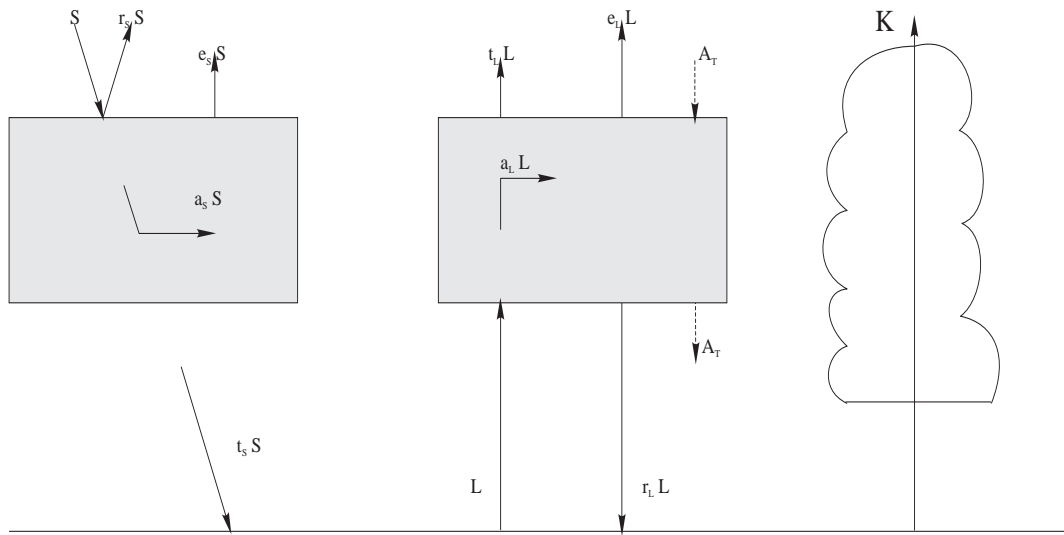


Abbildung 5.5: Mittlere Energieflüsse durch die Atmosphäre (Symbole s. Text).

S	$= 340 \text{ W/m}^2$	$=$	Solares Strahlungsangebot pro Quadratmeter Erdoberfläche
r_s	$= .3$	$=$	Reflektionsvermögen des Systems gegenüber solarer Strahlung
a_s	$= .25$	$=$	Absorptionsvermögen der Atm. gegenüber solarer Strahlung
e_s	$= .25$	$=$	in den Weltraum reemittierter Anteil der solaren Einstrahlung
t_s	$= .5$	$=$	Transmissionsvermögen der Atm. gegenüber solarer Einstrahlung
α_B	$= .1$	$=$	Erdoberflächenalbedo
L	$= 1.14 * S$	$=$	Ausstrahlung der Erdoberfläche $= \varepsilon \sigma T_B^4$
r_l	$= \frac{96}{114}$	$=$	Verhältnis von atmosphärischer Gegenstrahlung und Emission der Erdoberfläche
t_l	$= \frac{4}{114}$	$=$	Transmissionsvermögen der Atmosphäre gegenüber L
e_l	$= \frac{14}{114}$	$=$	von der Atm. in den Weltraum emittierte Strahlung im Verhältnis zu L , ohne Berücksichtigung von Konvektion und Reemission von in der Atmosphäre absorbiertes solarer Strahlung
A_T	$= ?$	$=$	absoluter anthropogener Zusatztreibhauseffekt
K	$= .27 * S$	$=$	absoluter konvektiver Wärmetransport durch die Atmosphäre

Das System ist im Gleichgewicht, wenn die Energieflüsse an der Erdoberfläche, in der

Atmosphäre und im Gesamtsystem divergenzfrei sind. Unter dieser Bedingung kann man fragen welche Erdbodentemperatur herrschen muß, um dieses Schema zu erfüllen, und wie die Erdbodentemperatur auf Änderungen im System reagiert. Für die drei Gleichgewichte folgt:

1. Atmosphärisches Energieflußgleichgewicht

$$a_s S + (1 - t_l - e_l - r_l) \varepsilon \sigma T_B^4 = 0$$

2. Energieflußgleichgewicht des Bodens

$$(1 - \alpha_B) t_s S + (r_l - 1) \varepsilon \sigma T_B^4 - K + A_T = 0$$

3. Energieflußgleichgewicht des Systems

$$(1 - r_s) S - (t_l + e_l) \varepsilon \sigma T_B^4 - K + A_T = 0.$$

Aus dem Energieflußgleichgewicht des Bodens folgt

$$T_B = \left(\frac{(1 - \alpha_B) t_s S - K + A_T}{(1 - r_l) \varepsilon \sigma} \right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{L}{\varepsilon \sigma} \right)^{\frac{1}{4}}.$$

Für $\varepsilon = 1$ und $A_T = 0$ folgt daraus die gemessene Bodentemperatur von $288K$. Weiterhin können wir nun folgende Fälle unterscheiden:

- Ohne Atmosphäre und bei unveränderter Bodenbedo:

$$T_B(t_s = 1, r_l = 0, K = 0, A_T = 0) = 271K$$

- Ohne die Wirkung der Atmosphäre auf die langwellige Strahlung (Treibhauseffekt) und mit Wirkung der Atmosphäre im kurzwelligen Bereich:

$$T_B(r_l = 0, K = 0, A_T = 0) = 228K$$

- Ohne anthropogenen Zusatztreibhauseffekt und ohne konvektive Kühlung, aber mit Gegenstrahlung (natürlichem Treibhauseffekt):

$$T_B(K = 0, A_T = 0) = 362K$$

- Ohne anthropogenen Zusatzeffekt aber mit konvektiver Kühlung:

$$T_B(A_T = 0) = 288K$$

- Mit einem anthropogenen Treibhauseffekt von $A_T = 4.5 \frac{W}{m^2}$:

$$T_B(A_T = 4.5 \frac{W}{m^2}) = 293K$$

Was kann man daraus folgern?

1. In keinem der untersuchten Fälle ist die Bodentemperatur gleich der Strahlungsgleichgewichtstemperatur des Gesamtsystems von $255K$ (s. Abschnitt 3.2.2).
2. Falls die Erde keine Atmosphäre hätte, läge ihre Oberflächentemperatur bei $-2^\circ C$, wenn die Erdoberflächenalbedo unverändert bliebe. Da diese aber in einem solchen Fall stark zunehmen würde (Eis-Albedo-Rückkopplung), wäre es in einem solchen Fall noch kälter.
3. Die Atmosphäre schwächt die einfallende solare Strahlung. Dies kühlt um $271K - 228K = 43K$.
4. Der natürliche Treibhauseffekt führt zusammen mit der Kühlung durch die Schwächung der solaren Einstrahlung zu $362K$, das sind $91K$ mehr als bei Abwesenheit der Atmosphäre. Daraus folgt, daß der natürliche Treibhauseffekt um $134K$ heizt.
5. Berücksichtigt man zusätzlich zu dem kurzwelligen Einfluß der Atmosphäre und der atmosphärischen Gegenstrahlung auch die konvektive Kühlung, so erhält man den beobachteten Wert von $288K$ Erdoberflächentemperatur. Demnach kühlt die Konvektion um $74K$.
6. Ein anthropogener Zusatztreibhauseffekt von $4.5 \frac{W}{m^2}$ würde die Erdoberflächentemperatur zusätzlich um $5K$ erhöhen (bei Vernachlässigung von möglichen Rückkopplungen).

Diese Betrachtungen sind sehr stark vereinfacht, jedoch werden die Ergebnisse durch aufwendige Strahlungsübertragungsrechnungen (Möller und Manabe, 1961) und Strahlungskonvektionsrechnungen (Augustsson und Ramanathan, 1977) recht gut bestätigt. Es zeigt sich also, daß die beobachtete bodennahe Lufttemperatur von drei sehr effektiven atmosphärischen Prozessen (Schwächung solarer Einstrahlung, atmosphärische Gegenstrahlung und Konvektion) bestimmt wird. Darüber hinaus sieht man, daß selbst kleine Änderungen in der atmosphärischen Gegenstrahlung (ca. $4.5/330 \approx 1.5\%$) zu deutlichen Änderungen der Erdoberflächentemperatur und damit auch der bodennahen Lufttemperatur führen (falls alle anderen Prozesse unverändert bleiben) (s. Kap. 3.2.2).

In einem weiteren Schritt kann man mit diesem Modellsystem auch Sensitivitäten untersuchen. Dies führt zu folgenden Werten:

$$\begin{aligned}
 \lambda_{A_T} &= \left(\frac{\partial T}{\partial A_T} \right)^{-1} = T^3 4(1 - r_l) \sigma = .855 \frac{W}{m^2 K} \\
 \lambda_K &= \left(\frac{\partial T}{\partial K} \right)^{-1} = T^3 4(r_l - 1) \sigma = -.855 \frac{W}{m^2 K} \\
 \lambda_S &= \left(\frac{\partial T}{\partial S} \right)^{-1} = \frac{T^3 4(1 - r_l) \sigma}{t_s(1 - \alpha_B)} = 1.89 \frac{W}{m^2 K}.
 \end{aligned}$$

Das bedeutet,

1. die Oberflächentemperatur des System reagiert empfindlicher auf innere Schwankungen als auf den äußeren solaren Einfluß (Verhältnis $\frac{2.2}{1}$).
2. Änderungen der Konvektion wirken gleich empfindlich, nur entgegengesetzt dem Treibhauseffekt (z.B. führt eine Änderung des konvektiven Wärmetransports von 1.1% zu einer Temperaturerniedrigung von $2 K$).

Diese Sensitivitäten sind deutlich niedriger als die in Kap. 4.1.3 bestimmten Werte. Weiterhin zeigen sie, daß verschiedene Antriebe bei gleicher Heizleistung zu verschiedenen Wirkungen führen können. Das schließt die Möglichkeit ein, daß es eine zu grobe Näherung ist, einen Wert der Klimasensitivität für alle Antriebe zu verwenden. Der in dieser Arbeit bestimmte und verwendete Wert von $\lambda = 2.4 \frac{W}{m^2 K}$ ist aus Betrachtungen des Jahresgangs der Temperatur als Folge solarer Strahlung gewonnen. Er muß somit nicht repräsentativ für Änderungen der Heizleistungen des Treibhauseffekts sein. Obige Betrachtungen legen unter der Annahme, daß $\lambda_S = 2.4 \frac{W}{m^2 K}$ ist, für λ_{A_T} einen Wert von $1.09 \frac{W}{m^2 K}$ nahe. Andererseits ergeben die Untersuchungen des Hamburger Max-Planck-Instituts für Meteorologie (s. Kap. 4.1.3) einen Wert von $\lambda_{A_T} = 2.44 \frac{W}{m^2 K}$ unter Berücksichtigung von Zirkulationseffekten, insbesondere also auch der konvektiven Kühlung. Ein Einfluß der Änderung des Treibhauseffekts und der solaren Einstrahlung auf die Konvektion wurde in obigem Schema nicht berücksichtigt. Dies kann die unterschiedlichen Sensitivitäten gegenüber den verschiedenen Einflußgrößen und den Unterschied zu den Beobachtungen erklären.

Die Betrachtungen dieses Abschnitts haben gezeigt, daß der natürliche Treibhauseffekt einen wesentlichen Einfluß auf das Klima hat. Zusätzlich hat sich gezeigt, daß Änderungen in der Stärke des Treibhauseffekts nicht isoliert betrachtet werden dürfen. Man muß, wenn man realitätsnah bleiben will, auch die dadurch hervorgerufenen Veränderungen in den anderen Energieflüssen (insbesondere Konvektion) mitberücksichtigen. Dies kann mit obigem Schema nicht geleistet werden, wohl aber mit z.T. sehr aufwendigen Strahlungs-Konvektions-Modellen (RCM = Radiative-Convective Model). Diese geben an, wie sich die Gleichgewichtsenergieflüsse ändern, wenn die Menge der Treibhausgase verändert wird. Da sich Strahlungs- und Konvektionsprozesse sehr schnell an veränderte Bedingungen anpassen, sind die Gleichgewichtsheizleistungen, wie sie aus RCM-Rechnungen folgen, geeignete Einflußgrößen für die Betrachtungen dieser Arbeit.

Der Mensch bringt verschiedene Treibhausgase in die Atmosphäre ein, die sich dort verschieden stark anreichern. Um nun nicht jedes einzelne Treibhausgas untersuchen zu müssen, führt man die Äquivalent- CO_2 -Konzentration $CO_{2,\ddot{A}q}$ ein. Dabei wird zu der gemessenen CO_2 -Konzentration noch ein Wert hinzuaddiert, der die Wirkung der Summe der anderen Treibhausgase berücksichtigt (näheres siehe IPCC, 1990). RCM-Rechnungen haben gezeigt, daß die Heizleistung in Abhängigkeit von der Äquivalent- CO_2 -Konzentration in guter Näherung logarithmisch ist. Bayer (1991) hat mehrere Ansätze miteinander verglichen. Hier wird im weiteren die vom IPCC (Shine,1990) empfohlene Anpassung von Wigley (1987) verwendet:

$$\Delta Q_{CO_{2,\ddot{A}q}}(t) = 6.333 \frac{W}{m^2} \ln \left(\frac{CO_{2,\ddot{A}q}(t)}{CO_{2,\ddot{A}q}(0)} \right), \text{ für } CO_{2,\ddot{A}q} < 1000ppm, \quad (5.12)$$

wobei $CO_{2,\ddot{A}q}(0)$ die $CO_{2,\ddot{A}q}$ -Konzentration zu Beginn der Industrialisierung ist. Man beachte, daß die logarithmische Beziehung für große CO_2 -Konzentrationen ihre Gültigkeit verliert. Dies läßt sich leicht verstehen, wenn man bedenkt, daß bei hohen Konzentrationen und bei bestimmten Wellenlängen keine Strahlung mehr durchgelassen wird und somit eine Erhöhung der Konzentration keine Wirkung mehr machen kann. Das bedeutet, bei niedrigen Treibhausgaskonzentrationen nimmt die Strahlungswirkung linear mit der Konzentration zu, bei hohen Konzentrationen läuft sie in eine Sättigung. Gleichung (5.12) kann nun verwendet werden, um aus gegebenen $CO_{2,\ddot{A}q}$ -Konzentrationen

auf Heizleistungen zu schließen.

Den zeitlichen Verlauf der $CO_{2,Äq.}$ -Konzentrationen kann man der Literatur entnehmen. So haben Neftel et al. (1985) Rekonstruktionen aus Eisbohrkernuntersuchungen vorgestellt. Direkte Meßreihen der atmosphärischen Konzentrationen liegen seit 1957 vor (Keeling und Whorf, 1994). Schönwiese (1986) gibt eine nichtlineare Regressionsbeziehung an, die diese Datensätze optimal verknüpft und hier im weiteren verwendet wird. Das IPCC (1990) hat mehrere Zukunftsszenarien für den Verlauf der Treibhausgaskonzentrationen zur Verfügung gestellt. Damit können Prognosen über den menschlichen Einfluß erstellt werden. Hier werden zwei Szenarien verwendet. Das ist einerseits das Szenario IS90A ("business-as-usual") und andererseits das Szenario IS90D (drastische Maßnahmen). Für die Heizleistung des anthropogenen Treibhauseffekts ergibt sich dann der in Abb. 5.6 dargestellte Verlauf.

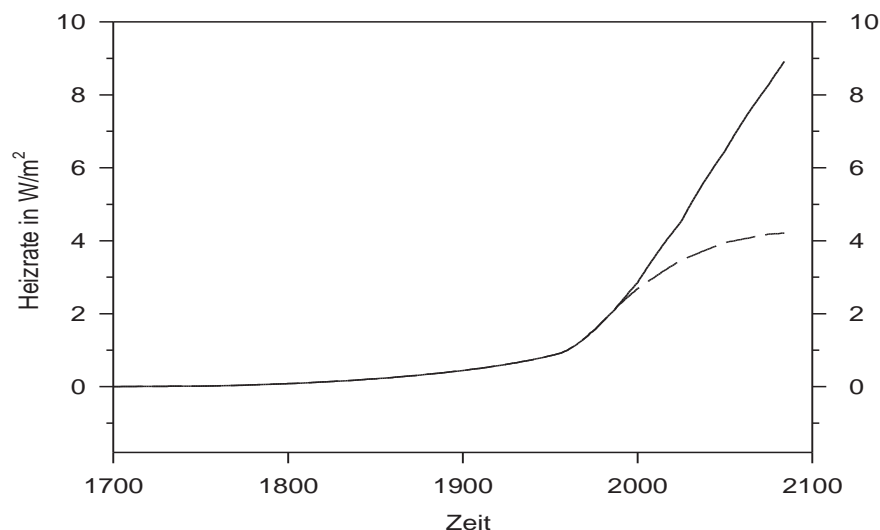


Abbildung 5.6: Zeitlicher Verlauf der Heizleistung des anthropogenen Zusatztreibhauseffekts inkl. der zwei Zukunftsszenarien IS90A und IS90D. Näheres s. Text.

5.5 Anthropogener troposphärischer Sulfateinfluß

In der troposphärischen Luft befinden sich eine Vielzahl von verschiedenen festen Substanzen. Diese Aerosolteilchen haben einen direkten Einfluß auf die Strahlungsbilanz. Ihre Strahlungseigenschaften hängen stark von der chemischen Zusammensetzung, Form und Größe ab. Besonders wesentlich ist dabei die Rolle des troposphärischen Sulfats, das einerseits die solare Strahlung streut und damit die Albedo erhöht (direkter Effekt) und andererseits als Wolkenkondensationskern dient. Dadurch entstehen bei erhöhter Sulfatkonzentration Wolken mit mehr aber kleineren Tropfen. Der Einfluß der veränderten Wolkentropfenspektren auf den Strahlungshaushalt (indirekter Einfluß) ist noch wenig

erforscht. Jedoch zeigt Twomey (1977) schon Meßergebnisse, die eine Zunahme der Albedo als Folge erhöhten Sulfatgehalts suggerieren. Dabei spielt auch die Albedo des Untergrunds eine wesentliche Rolle.

Mit Beginn der Industrialisierung hat der Mensch durch die Verbrennung fossiler schwefelhaltiger Brennstoffe begonnen, in den Aerosolhaushalt einzugreifen. Das durch die Verbrennung freiwerdende Schwefeldioxid oxidiert in der Atmosphäre zu Schwefelsäure und Sulfat. Die Stärke des anthropogenen Eintrags und der natürlichen Quellen sind in der auf Watson et al. (1990) basierenden Tabelle 5.2 angegeben. Da diese Werte

Tabelle 5.2: Verschiedene atmosphärische Schwefelquellen

Quelle	Stärke in $\frac{TgS}{Jahr}$
Anthropogene Quellen	80
Biomassenverbrennung	7
Ozeanische Ausgasung	40
Ausgasung aus Böden und Pflanzen	10
Vulkanischer Eintrag	10

mit großen Unsicherheiten (30% bei den anthropogenen Quellen und Faktor zwei bei den natürlichen Quellen) behaftet sind, kann man aus der Tabelle nur schließen, daß anthropogene und natürliche Quellen von der gleichen Größenordnung sind.

Da Sulfataerosole nur eine atmosphärische Verweilzeit von mehreren Wochen haben, unterliegt ihre Konzentration starken zeitlichen und räumlichen Schwankungen. So geben Galloway et al. (1984) und Rodhe (1976) an, daß die atmosphärischen Sulfatkonzentrationen über Europa und Nordamerika seit 1860 um einen Faktor 10 bis 15 zugenommen haben.

Um die durch das anthropogene Sulfat verursachte Heizleistung anzugeben, wird hier folgendermaßen vorgegangen:

1. Zunächst wird angenommen, daß die hemisphärisch gemittelte Heizleistung linear proportional zur hemisphärisch gemittelten Sulfatkonzentration ist. (Diese Annahme ist zumindest für den direkten Effekt dann gerechtfertigt, wenn die Konzentrationen niedrig genug sind, so daß keine Abschattung stattfindet.) Dadurch ist es ausreichend, die Heizleistung zu einem Zeitpunkt zu kennen, um über den Verlauf der Konzentration auf zurückliegende Heizleistungen schließen zu können. Im IPCC Strahlungsreport (IPCC, 1994) wird für das Jahr 1988 der direkte Effekt mit $-0.25 \frac{W}{m^2}$ bis $-0.9 \frac{W}{m^2}$ angegeben. Über den indirekten Effekt liegen keine gesicherten Erkenntnisse vor. Er wird hier deshalb vernachlässigt. Für das Jahr 1988 wird eine mittlere Heizleistung von $-0.5 \frac{W}{m^2}$ angenommen. Damit ist der Fehler von der Größenordnung Faktor 2.
2. Da die atmosphärische Verweilzeit des Aerosols sehr kurz ist, kann die Konzentration linear proportional zur Emission gesetzt werden. Den zeitlichen Verlauf der anthropogenen Emission seit 1860 geben Dignon und Hameed (1995) an.

Damit sind alle Voraussetzungen erfüllt, um den zeitlichen Verlauf der Heizleistung

zu bestimmen. Dieser (und ein Zukunftsszenario der gleichen Autoren) ist in Abb. 5.7 dargestellt.

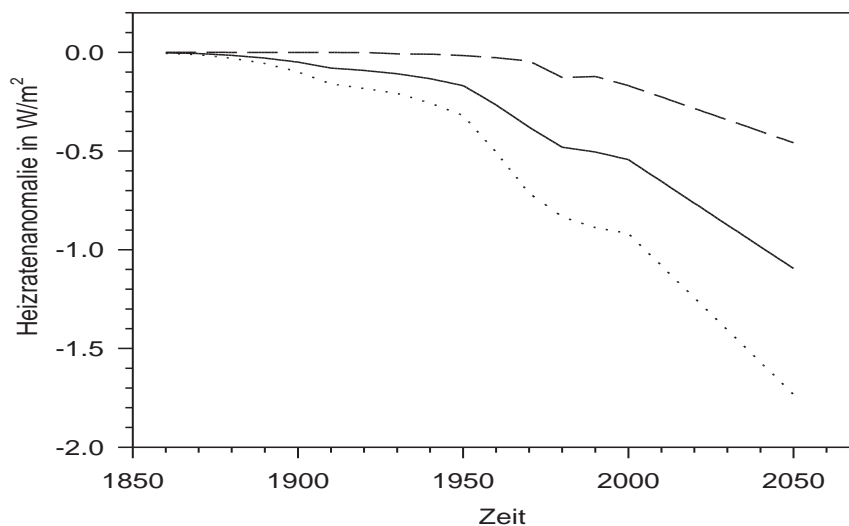


Abbildung 5.7: Zeitlicher Verlauf der Heizleistung des anthropogenen Sulfats inkl. Zukunftsszenario (berechnet nach Konzentrationsangaben von Dignon und Hameed, 1995). Durchgezogene Linie: global. Unterbrochene Linie: südhemisphärisch. Gepunktete Linie: nordhemisphärisch.

Dieses Zukunftsszenario geht von einem weiteren Anstieg der Emissionen aus. Wigley (1991) hat sich mit der Frage beschäftigt, was passieren würde, wenn die Verbrennung fossiler Brennstoffe gesenkt würde. Als Folge würde die Sulfatkonzentration wegen der kurzen Verweilzeit schnell zurückgehen, die CO_2 -Konzentration hingegen wegen der langen Verweilzeit nur langsam. Dies hätte zur Folge, daß die anthropogene Kühlung sofort, die anthropogene Heizung aber erst Dekaden später verringert würde. Somit würde eine Verringerung der Verbrennung fossiler Brennstoffe zunächst zu einer verstärkten Heizleistung führen.

Im Zusammenhang mit dem Sulfataerosol sei hier noch auf einen möglichen Regelkreis hingewiesen, der von Charlson et al. (1987) vorgestellt wurde. Die bedeutendste natürliche Sulfatquelle ist die Phytoplanktonaktivität im Ozean. Das Phytoplankton erzeugt Dimethylsulfid (DMS), das zu SO_2 oxidiert und schließlich zu Sulfat. Nun ist die Phytoplanktonaktivität stark von der Temperatur abhängig, d.h. je wärmer es ist, desto mehr kühlendes Sulfat produziert die Natur (und umgekehrt). Dadurch kann sich das System auf der Zeitskala von Jahrzehnten aufwärts selbst stabilisieren.

Hypothesen dieser Art, die der Selbstregulation der Natur vertrauen, heißen Gaia-Hypothesen (s. Lovelock, 1988; Watson und Lovelock, 1983). Falls sie richtig sind, sind die Betrachtungen dieser Arbeit wertlos (wie auch die wesentlich aufwendigeren Zirkulationsmodelle, die keine biosphärischen Rückkopplungen enthalten), denn es handelt

sich dabei um genau jene Art von Rückkopplungen die hier ausgeschlossen wurden (s. Kap. 4.1.3).

5.6 Vergleich der verschiedenen externen Antriebe

Die vier vorgestellten externen Antriebe unterscheiden sich voneinander sowohl in ihrer zeitlichen Struktur als auch in ihren Amplituden. Für die weitere Verwendung zur Analyse des beobachteten Temperaturverlaufs ist der Zeitraum, in dem sowohl alle Einflußgrößen als auch die Temperatur bekannt sind, von Interesse. Dies ist der Zeitraum von 1866 bis 1994. Tabelle 5.3 zeigt die Spannen und die minimalen und maximalen Störheizleistungen der verschiedenen Antriebe für diesen Zeitraum.

Tabelle 5.3: Vergleich der verschiedenen externen Antriebe (Störheizleistungen in W/m^2).

externer Antrieb	räumliche Skala	Minimum	Maximum	Spanne	zeitliche Charakteristik
solare Schwankungen	global	-.044	.174	.218	fluktuierend
	nordhem.	-.044	.174	.218	
	südhem.	-.044	.174	.218	
vulkanischer Einfluß	global	-2.161	-.000	2.161	episodisch
	nordhem.	-3.058	-.000	3.058	
	südhem.	-2.238	-.000	2.238	
anthropogene Treibhausgase	global	.277	2.518	2.241	progressiv steigend
	nordhem.	.277	2.518	2.241	
	südhem.	.277	2.518	2.241	
anthropogenes Sulfat	global	-.520	-.005	.516	monoton fallend
	nordhem.	-.900	-.009	.891	
	südhem.	-.141	0.0	.141	

Aus Tabelle 5.3 kann man die folgenden Informationen entnehmen. Zunächst sieht man, daß der solare Einfluß und der anthropogene Treibhausgaseinfluß global wirken, während der vulkanische Einfluß und der anthropogene Sulfateinfluß räumliche Strukturen aufweisen. Der solare Antrieb ist nicht räumlich strukturiert, da Schwankungen in der solaren Strahlung das Strahlungsangebot auf der gesamten Erde in gleichem Maße verändern. Der anthropogene Treibhausgaseinfluß ist nicht räumlich strukturiert, da die Aufenthaltszeit der Treibhausgase in der Atmosphäre sehr groß ist, so daß sich die lokal produzierten anthropogenen Treibhausgase gleichmäßig über den gesamten Globus ausbreiten können. Völlig anders ist es beim vulkanischen Einfluß, der in unmittelbarer Umgebung eines explosiven Vulkanausbruchs am stärksten ist. Daher haben die hemisphärischen Störheizleistungen auch einen größeren Betrag, als die global gemittelte Störheizleistung. Der anthropogene Sulfateffekt wirkt hauptsächlich nordhemisphärisch, da die meisten Quellen des anthropogenen Sulfats in den Industriegebieten auf der Nordhemishäre zu finden sind und die atmosphärische Verweilzeit des troposphärischen Sulfats gering ist (mehrere Wochen).

Betrachtet man die Spannen zwischen den jeweils höchsten und niedrigsten Werten der verschiedenen Einflußgrößen im Untersuchungszeitraum, so kann man folgende Hierarchie aufstellen: Den stärksten Einfluß haben der Vulkanismus und der anthropogene Treibhauseffekt, gefolgt vom anthropogenen Sulfateffekt und schließlich der solare Einfluß, der mit zwei Zehntel W/m^2 am geringsten ist. Dieser geringe solare Antrieb ist in guter Übereinstimmung mit dem von Wigley und Raper (1990b) angegebenen Wert von $.19W/m^2$ und liegt in der vom IPCC (Houghton, 1992) angegebenen Spanne von $.1 - .5W/m^2$. Die hier angegebene Hierarchie der Einflüsse ist eine grobe Betrachtung, denn sie vernachlässigt die zeitliche Charakteristik der verschiedenen Antriebe. Während die natürlichen Antriebe im wesentlichen episodisch sind, sind die anthropogenen Antriebe im wesentlichen progressiv, d.h. sie weisen einen mit der Zeit zunehmenden Trend auf. Dieser Unterschied ist wesentlich, denn gemäß Abb. 4.5 reagiert das Klimasystem auf hochfrequente Antriebe weniger sensibel als auf niederfrequente Antriebe.

Im nächsten Kapitel werden die Temperaturreaktionen der Modelle (s. Kap. 4) auf die Antriebe vorgestellt und diskutiert. Wesentlich ist dabei die Frage, ob diese externen Einflußgrößen ausreichen, um den Verlauf der Temperatur im Untersuchungszeitraum von 1866 bis 1994 zu erklären.

Kapitel 6

Signalanalyse und Prognose

6.1 Analyse der globalen Mitteltemperatur

Die globale Mitteltemperatur der bodennahen Luft ist keine reine Meßgröße. Sie muß mit Hilfe von aufwendigen Verfahren aus Stationsmessungen hergeleitet werden. Bevor nun der Versuch unternommen werden kann, mit dem in Kap. 4 beschriebenen Modell die Variation der globalen Mitteltemperatur zu erklären, muß man sich bewußt machen, worum es sich bei der global gemittelten Temperatur handelt.

6.1.1 Die globale Mitteltemperatur

Was in dieser Arbeit globale Mitteltemperatur genannt wird, ist eigentlich eine "global und jährlich gemittelte Anomalie der beobachteten bodennahen Lufttemperatur". Nur weil dieser Ausdruck so umständlich ist, wird, wo keine Verwechslungen zu erwarten sind, der wesentlich handlichere Ausdruck „globale Mitteltemperatur“ verwendet.

Bei der Bestimmung der globalen Mitteltemperatur können folgende Fehlerquellen auftreten:

- a) statistische Meßfehler
- b) systematische Meßfehler
- c) räumliche Repräsentanzprobleme
- d) zeitliche Inhomogenitäten und
- e) Abhängigkeit der Ergebnisse von der Art der Mittelung.

Zu a) Die statistischen Meßfehler kann man mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung leicht abschätzen, und zeigen, daß sie ohne Bedeutung sind. Aus der Mittelung über mehrere hundert bis mehrere tausend Stationen, an denen wiederum mehrmals täglich gemessen wird, resultiert ein statistischer Meßfehler von weniger als $.007K$, wenn man einen relativ großen Standardfehler von $.2K$ für die Einzelmessung voraussetzt.

Zu b) Der systematische Meßfehler ist dann ohne Bedeutung, wenn er erstens zeitlich konstant ist und man sich zweitens nur für Temperaturanomalien interessiert, d.h. für die Frage, um wieviel Kelvin es in einem Jahr wärmer oder kälter war als im Vorjahr, nicht aber wie warm es im globalen Mittel in einem bestimmten Jahr war. Für die Erklärung der Temperaturanomalien ist er dann ohne Einfluß. Leider kann die zeitliche Konstanz der systematischen Meßfehler (insbesondere bei Schiffsmessungen) nicht ohne weiteres angenommen werden (Parker et al., 1995), weshalb zeitliche Inhomogenitäten in den Meßreihen auftreten können (siehe unter d).

Zu c) Die räumliche Repräsentanz ist eines der größten Probleme bei der Bestimmung der globalen Mitteltemperatur. Einerseits ist die Temperatur ein Klimaparameter mit relativ hoher räumlicher Repräsentanz (im Gegensatz zum Niederschlag zum Beispiel), andererseits war das Meßnetz zu Beginn des Untersuchungszeitraums (Mitte des letzten Jahrhunderts) mit etwa 300 Stationen noch ausgesprochen weitmaschig. So liegen aus dem letzten Jahrhundert keine kontinuierlichen Messungen aus sehr dünn bis gar nicht besiedelten, aber sehr großen Gebieten vor (z.B. Himalaya, Ozeane, Antarktis). Man kann trotzdem eine global gemittelte Temperaturanomalie berechnen, wenn man annimmt, daß Änderungen in der räumlichen Struktur des Temperaturfeldes wesentlich geringer sind als zeitliche Änderungen. Im Extremfall, in dem es in einer Region, für die keine Messungen vorliegen, immer systematisch wärmer bzw. kälter ist als dort, wo Messungen vorliegen, geht durch die Nichtbeachtung dieser Region keine Information für die Anomalien verloren.

Zu d) Zeitliche Inhomogenitäten können in den Meßreihen aus folgenden Gründen entstehen:

- Stationsverlegung
- Veränderungen in der Umgebung der Station (z.B. städtische Wärmeinsel, Vegetationsänderung)
- Veränderungen des Meßvorgangs (z.B. Zeitpunkt der Messung)
- Veränderungen in der Meßapparatur

Solche Inhomogenitäten können mit Hilfe von Homogenitätstests bzw. anhand von Stationstagebüchern aufgespürt werden (s. z.B. Rapp und Schönwiese, 1995).

Zu e) Die Art der Mittelung ist vor allem deswegen ein Problem, weil sich die Stationsdichte im Untersuchungszeitraum um etwa den Faktor 10 geändert hat. Es kann deshalb nicht einfach ein arithmetisches Mittel aus allen Stationswerten gebildet werden. Stattdessen werden von verschiedenen Autoren die Stationsdaten auf unterschiedliche Gitterpunktnetze übertragen. Dabei wenden die Autoren verschiedene (Interpolations-) Verfahren an. Es soll hier nicht auf diese unterschiedlichen Vorgehensweisen eingegangen werden. Ein Überblick und Vergleich findet sich bei Gunst et al. (1993). In dem Tabellenwerk Trends '93 (Boden et al., 1994) sind die aktuellen Versionen der drei bekanntesten derartigen Temperaturreihen (Jones et al. (J), 1994; Wilson und Hansen (H), 1994 und Vinnikov et al. (V), 1994), sowie weitere Informationen über die jeweils verwendeten Verfahren zusammengetragen.

Abb. 6.1 zeigt den Verlauf dieser drei Reihen für den Zeitraum von 1881 bis 1985. Man sieht, daß sie sich sehr ähnlich sind, was sich in großen Korrelationskoeffizienten ($r(J/H) = .91$, $r(J/V) = .93$ und $r(H/V) = .98$) zeigt. Die Unterschiede sind im wesentlichen bei den hohen Frequenzen zu finden. Wegen der großen Ähnlichkeit und wegen der guten Verfügbarkeit der Daten von Jones et al. bis 1994 wird für die folgenden Untersuchungen dieser Reihe der Vorzug gegeben.

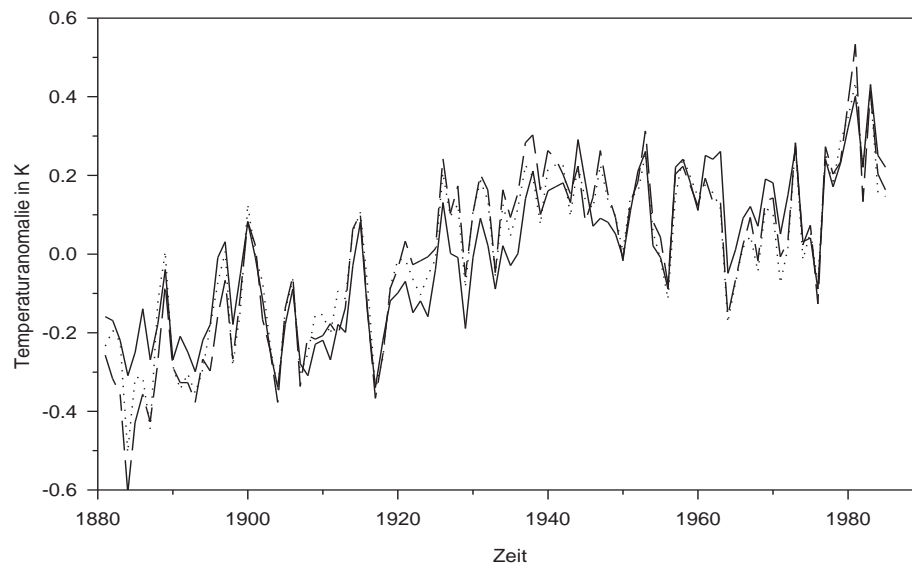


Abbildung 6.1: Verlauf der jährlichen globalen Mitteltemperaturanomalie von 1881 bis 1985 nach drei Autoren. Durchgezogene Linie: Jones et al. (1994); unterbrochene Linie: Wilson und Hansen (1994); gepunktete Linie: Vinnikov et al. (1994).

ENSO-Korrektur

Die globale Mitteltemperatur wird von externen Antrieben und internen Wechselwirkungen bestimmt (s. Kap. 5.1). Eine interne Wechselwirkung zwischen bodennaher Lufttemperatur und ozeanischer Oberflächentemperatur ist der ENSO-Zyklus (s. z.B. Arntz und Fahrbach, 1991). Zahlreiche Autoren haben versucht, diesen internen Prozeß zu beschreiben bzw. zu erklären (eine Übersicht findet sich bei Latif et al., 1994). Zwar ist es dabei gelungen, eine qualitative Vorstellung des Prozesses zu erhalten, nicht aber eine quantitative Beschreibung, die es ermöglicht, diesen Prozeß eindeutig mit Schwankungen in der globalen Mitteltemperatur in Verbindung zu bringen. Um ihn in der Signalanalyse (bzw. Signaltrennung) trotzdem zu erfassen, hat Jones 1988 eine einfache ENSO-Korrektur vorgeschlagen. Sie basiert auf der Annahme, daß die Wechselwirkung zwischen ENSO und der globalen Mitteltemperatur (sowie der Hemisphärentemperaturen) in einem linearen Zusammenhang zwischen dem hochfrequenten Anteil der Temperatur und dem Southern-Oscillation-Index (SOI) sichtbar wird. Mit dieser Annahme wird eine ENSO-Korrektur nach Jones vorgenommen, indem eine lineare Regression zwischen

SOI und dem zehnjährig Gauß-hochpaßgefilterten Anteil der Temperatur durchgeführt wird. Der durch diese Regression mit SOI in Verbindung gebrachte Anteil der hochpaßgefilterten Temperatur wird von der globalen Mitteltemperatur abgezogen. Dadurch entsteht eine ENSO-bereinigte Mitteltemperatur, die durch die in Kap. 5 besprochenen externen Antriebe und einem Klimarauschen erklärbar sein sollte. Dies ist das Thema der zwei nächsten Abschnitte.

6.1.2 Wirkung der externen Antriebe

Da das in Kap. 4 vorgestellte Modell linear ist, gilt das Superpositionsprinzip, d.h. alle Antriebe können einzeln verarbeitet werden. Dadurch kann jedem Antrieb ein entsprechender Temperaturverlauf zugeordnet werden. Für die in Kapitel 5 vorgestellten Antriebe sind die zugehörigen Temperaturverläufe in Abbildung 6.2 dargestellt. Zusätzlich ist in dieser Abbildung der ENSO-zugeordnete Temperaturverlauf eingezeichnet. Tabelle 6.1 enthält dazu die jeweiligen Temperatursignale, d.h. die Spanne zwischen dem niedrigsten und höchsten im betrachteten Zeitintervall vorkommenden Temperaturwert, der durch die Variation des jeweils simulierten Antriebs zustandekommt. Man sieht sehr deutlich, daß die Wirkung des solaren Antriebs sehr klein ist, während die anderen Antriebe eine deutlich sichtbare Wirkung hervorrufen.

Tabelle 6.1: EBM-Temperatursignale für verschiedene Antriebe.

Einfluß	Wertespanne der Modelltemperatur in K
Anthropogene Treibhausgase	.74
Anthropogener Sulfateinfluß	.13
Vulkanismus	.26
Solarer Einfluß	.04
ENSO	.17

Wie sieht aber nun der vom Modell berechnete Verlauf der Temperatur des Untersuchungszeitraums als Wirkung aller verwendeten Einflußgrößen aus? Wiederum wegen des Superpositionsprinzips ist dies einfach die Summe aller Einzelsignale, wie sie in Abb. 6.3 dargestellt ist. Da mit dem Modell nur Abweichungen vom Gleichgewicht berechnet werden können, läßt sich der Verlauf der Summe der Einzelsignale auf einen beliebigen Wert normieren. Auch der beobachtete Temperaturverlauf gibt nur Anomalien wieder, die auf einen beliebigen Wert bezogen werden können. In Abb. 6.3 sind beide Zeitreihen so normiert, daß ihre Mittelwerte null sind. Aus dieser Abbildung wird deutlich, daß das Modell den niederfrequenten Anteil der beobachteten Temperatur (bezogen auf das Beobachtungsintervall) recht gut wiedergibt, nicht aber den hochfrequenten Anteil. Dies suggeriert zwei zusammenhängende Vermutungen. Erstens kann man annehmen, daß alle externen Einflußgrößen mit einer ausgeprägten niederfrequenten zeitlichen Struktur erfaßt wurden und zweitens legt dies nahe, daß das Residuum aus beobachteter und berechneter Temperatur als Rauschen anzusehen ist. Diese Annahmen sind nur gerechtfertigt, wenn bestimmte Bedingungen erfüllt sind (s. Kap. 2). Im nächsten Abschnitt wird geprüft, ob das der Fall ist.

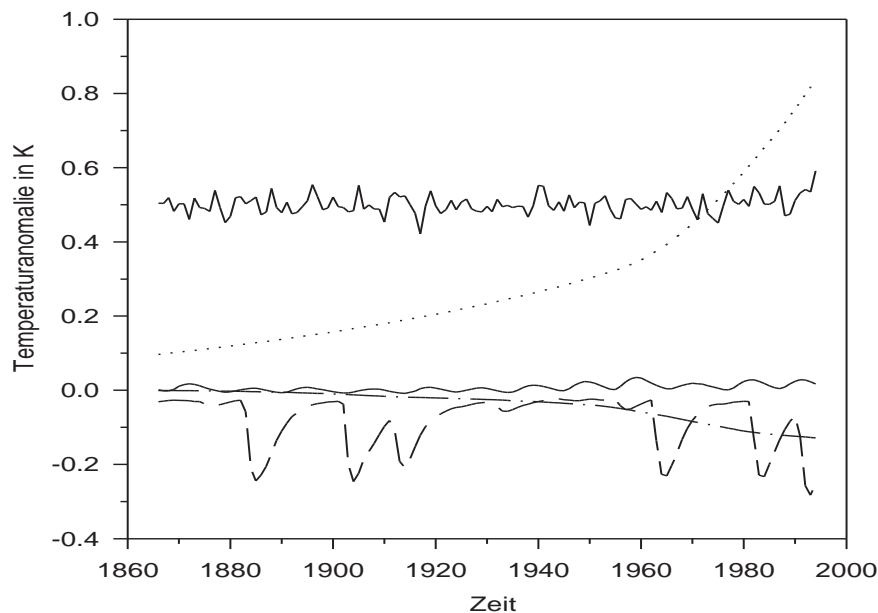


Abbildung 6.2: Temperaturreaktion des Modells auf verschiedene Antriebe im Untersuchungszeitraum von 1866 bis 1994. Gepunktete Linie: anthropogener Treibhausgasantrieb, Strichpunktlinie: anthropogener Sulfateinfluß, gestrichelte Linie: vulkanischer Einfluß, durchgezogene Linie: solarer Einfluß. Zusätzlich ist oben die ENSO-zugeordnete Temperaturvariation eingetragen (wegen der Übersichtlichkeit um .5 K erhöht).

6.1.3 Klimarauschen

Klimarauschen kann durch eine Vielzahl interner Prozesse, oder externer Antriebe erzeugt werden, die durch ihre Überlagerung entsprechend dem zentralen Grenzwertsatz als Gaußscher weißer Antrieb aufgefaßt werden können. Es wird nun untersucht, ob das Residuum aus berechnetem und gemessenem Temperaturverlauf als Klimarauschen aufgefaßt werden darf. Dies ist nur dann möglich, wenn es keine Eigenschaften hat, die der zugrundeliegenden Dynamik widersprechen. Das bedeutet, das Residuum muß durch das Modell und Gaußschen weißen Antrieb rekonstruiert werden können. Da das Modell linear ist, muß das Residuum demnach Gauß-verteilt sein. Um dies zu testen, wurde eine Klasseneinteilung nach Sturges (s. z.B. Sachs, 1978) durchgeführt, eine Gauß-Verteilung angepaßt und mit Hilfe des χ^2 -Tests die Güte der Anpassung überprüft (s. Abb. 6.4). Alternativ dazu wurde ein Kolmogoroff-Smirnoff-Test durchgeführt (zu den Tests siehe z.B. Bosch, 1987), der zwei wesentliche Vorteile gegenüber dem χ^2 -Test hat: Zum einen ist dieser Test nicht so anfällig gegenüber kleinen Schwankungen in den Randbereichen der Verteilung und zum anderen ist er nicht klassenorientiert, d.h. er beruht auf der vollen Information der einzelnen Werte. Die Wahrscheinlichkeit, daß das Residuum nicht Gauß-verteilt ist, liegt nach dem Kolmogoroff-Smirnoff-Test unter 2 %.

Die sukzessiv-analytische Lösung des Modells (Glg. (4.37)) ist aus der Sicht der Si-

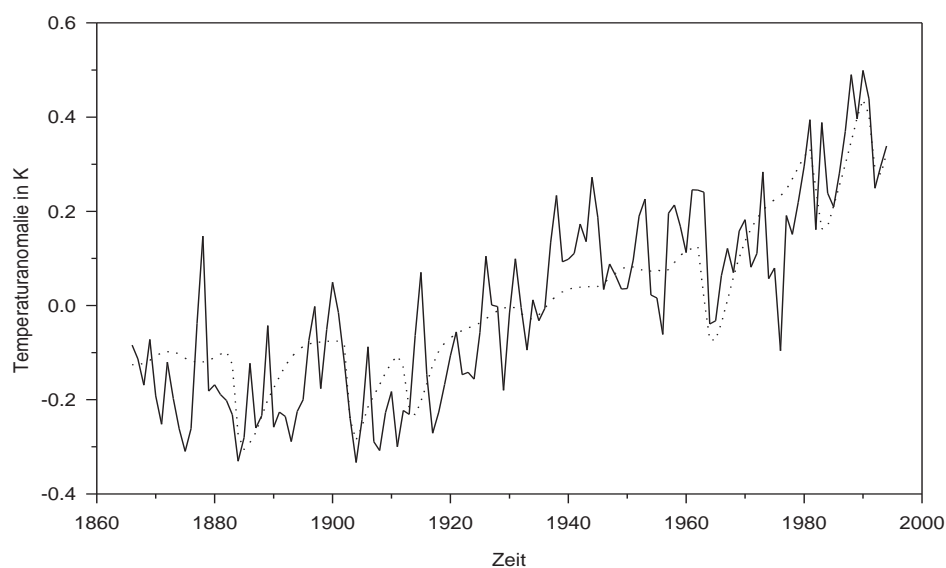


Abbildung 6.3: Verlauf der berechneten (gepunktete Linie) und beobachteten (durchgezogene Linie) ENSO-korrigierten Temperatur (1866 bis 1994).

gnalverarbeitung ein rekursiver Filter. Wendet man einen solchen Filter auf Gaußsches weißes Rauschen an, so erhält man einen autoregressiven Moving-Average Prozeß zweiter Ordnung, abgekürzt ARMA(2,2)-Prozeß (s. Kap. 2). Dies bedeutet, daß sowohl die Temperatur als auch die Antriebe der zwei vorhergehenden Jahre direkt auf den aktuellen Jahresmittelwert einwirken. Der durch Glg. (4.37) und Gaußschen weißen Antrieb dargestellte ARMA-Prozeß ist stationär. Dies kann man aus der Stabilität des Gleichungssystems (4.1) bis (4.3) vermuten, aber auch explizit zeigen (s. Anhang D.1). Wenn also das Residuum aus beobachteter und berechneter Temperatur mit der Dynamik konsistent sein soll, muß es auch stationär sein. Dazu müssen folgende drei Bedingungen erfüllt sein:

- Mittelwertstationarität
- Varianzstationarität
- Autokovarianzstationarität

Um Mittelwert- und Varianzstationarität zu testen, wird der Untersuchungszeitraum von 129 Jahren in drei gleich lange Intervalle der Länge 43 Jahre eingeteilt und für jedes Intervall der Mittelwert und die Varianz berechnet (Tabelle 6.2). Anschließend wird getestet, ob die Hypothese, daß alle drei empirischen Mittelwerte und Varianzen aus der gleichen Grundgesamtheit kommen, abgelehnt werden muß (t-Test bei Mittelwerten, F-Test bei Varianzen; s. z.B. Schönwiese, 1992). Dabei zeigt sich für alle Kombinationen, daß sich weder die Mittelwerte noch die Varianzen signifikant (d.h. mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 %) unterscheiden.

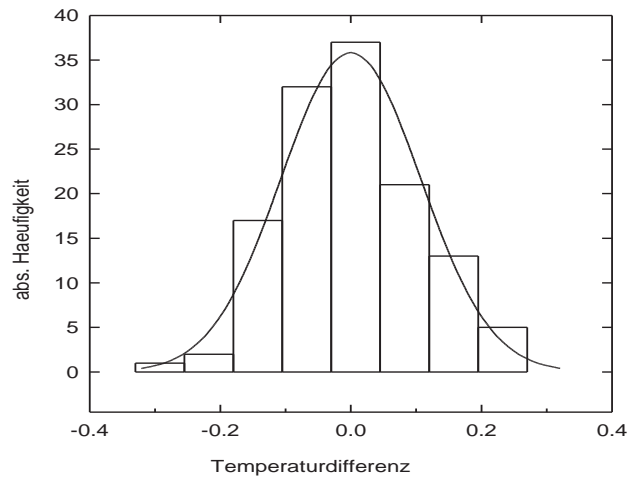


Abbildung 6.4: Verteilung des Residuums aus beobachteter und berechneter Temperatur und angepaßte Gauß-Verteilung.

Tabelle 6.2: Mittelwert und Varianz der Subintervalle des Residuums

	Intervall 1	Intervall 2	Intervall 3
Mittel [K]	-.0288	.0101	.0188
Varianz [K^2]	.01047	.01151	.01149

Betrachtet man die Mittelwerte der Intervalle, so sieht man, daß diese systematisch mit der Zeit zunehmen. Dies deutet auf einen Unterschied im linearen Trend von Modelltemperatur und Beobachtung hin. Eine lineare Regression zeigt, daß der Trend der Modelltemperatur tatsächlich um $5.85 \cdot 10^{-4} \frac{K}{Jahr}$ niedriger liegt, als der der beobachteten (ENSO-korrigierten) Temperatur. Er ist damit um etwa 12.7 % kleiner als dieser.

Der Test auf Autokovarianzstationarität ist wesentlich komplizierter, da die Zeitreihe zu kurz ist, um signifikante Aussagen über mögliche noch bestehende zeitliche Strukturen des Residuums zu erlauben. Zudem ist die Schätzfunktion für die Autokovarianz nicht erwartungstreu. Betrachtet man die zeitliche Struktur mit bloßem Auge (s. Abb. 6.5), so erscheint sie recht homogen. Die Autokorrelation zur Verschiebung eins für die ersten 64 Jahre und die letzten 64 Jahre sind .3918 und .4001. Sie sind damit nicht unterscheidbar. Autokorrelationen bei größeren Zeitverschiebungen zeigen kein so einheitliches Verhalten mehr, sind aber auch nicht mehr signifikant von null zu unterscheiden, wie Abb. 6.6 zeigt. Die Schwankungen der Autokorrelationsfunktion für Zeitverschiebungen größer als ca. 30 Jahre stammen von der geringen Menge an unabhängigen Intervallen dieser Länge und dürfen daher nicht interpretiert werden. Die Annahme der Autokovarianzstationarität ist damit zwar nicht auf Signifikanz getestet, aber doch plausibel.

Aus dem strukturlosen Verlauf der Autokorrelationsfunktion kann man annehmen, daß das Residuum die Wirkung von zahlreichen sich zu Gaußschem weißen Rauschen über-

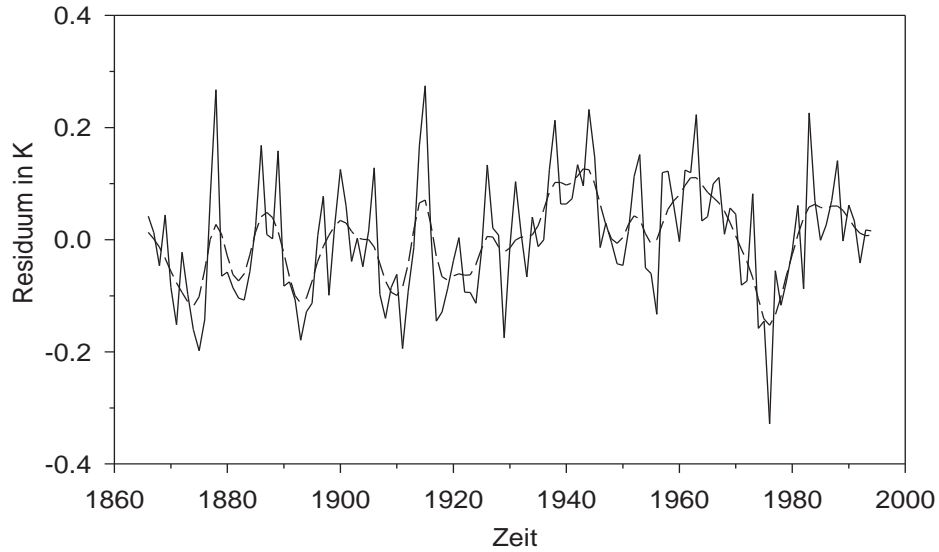


Abbildung 6.5: Residuum aus beobachtetem und berechnetem Temperaturverlauf und dessen zehnjährige Gaußsche Tiefpaßfilterung (von 1866 bis 1994).

lagernden und nicht explizit berücksichtigten externen Antrieben ist. Diese könnten z.B. durch Schwankungen in der Wolkenbedeckung oder im Wasserdampfgehalt der Atmosphäre, aber auch durch (relativ) hochfrequente Schwankungen in der solaren Einstrahlung begründet sein. Damit die Standardabweichung des Residuums von $.107\text{ K}$ rekonstruiert werden kann, muß der Rauschantrieb eine Standardabweichung von $.781 \frac{W}{m^2}$ haben (s. Anh. D.2). Alternativ dazu könnte man auch annehmen, daß das Residuum durch interne Prozesse (z.B. Schwankungen in den Ozeanströmungen) verursacht wird. Solche internen Schwankungen können in dem Modell repräsentiert werden, indem man die Mischungsschicht mit einem Rauschen antreibt. Die Struktur der Lösungen verändert sich dadurch nicht. Die Standardabweichung des Rauschantriebs müßte dann jedoch deutlich größer sein, nämlich $1.38 \frac{W}{m^2}$, um die gleiche Standardabweichung des atmosphärischen Temperaturrauschens von $.107\text{ K}$ zu erzeugen. Dies liegt an der thermischen Trägheit der Mischungsschicht und dem Wärmeaustausch mit der Atmosphäre.

Es erscheint realistisch, daß sich das Residuum aus der Überlagerung eines externen und eines internen Rauschantriebs darstellen läßt. Schreibt man für den externen Rauschantrieb $\sigma_1 \eta_1$ und für den internen Rauschantrieb $\sigma_2 \eta_2$ (wobei σ_1 und σ_2 die Standardabweichungen der Rauschantriebe sind), so kann man die Gleichungen (4.1) bis (4.3) wie folgt umformulieren:

$$c_a \dot{T}_a = -\lambda_{am}(T_a - T_m) - \lambda T_a + \sigma_1 \eta_1 \quad (6.1)$$

$$c_m \dot{T}_m = \lambda_{am}(T_a - T_m) - \lambda_{mo}(T_m - T_o) + \sigma_2 \eta_2 \quad (6.2)$$

$$c_o \dot{T}_o = \lambda_{mo}(T_m - T_o) \quad (6.3)$$

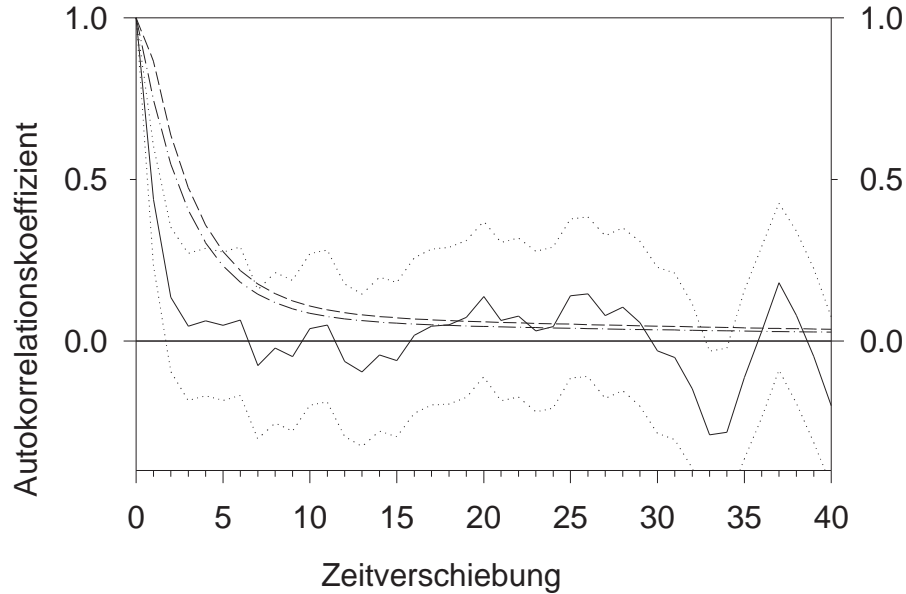


Abbildung 6.6: Geschätzte Autokorrelationsfunktion des Residuums, dessen 99%-Konfidenzintervall (gepunktete Linien) und Autokorrelationsfunktionen des ARMA-Prozesses bei reinem Rauschantrieb auf die ozeanische Mischungsschicht (gestrichelte Linie) und reinem Rauschantrieb auf die Atmosphäre (Strich-Punkt-Linie).

Analog zu Glg. (4.37) folgt daraus der stochastische Prozeß

$$\begin{aligned}
 \overline{T_{a,n}} &= p_1 \overline{T_{a,n-1}} + p_2 \overline{T_{a,n-2}} \\
 &+ q_{1,0} \sigma_1 \eta_{1,n} + q_{1,1} \sigma_1 \eta_{1,n-1} + q_{1,2} \sigma_1 \eta_{1,n-2} \\
 &+ q_{2,0} \sigma_2 \eta_{2,n} + q_{2,1} \sigma_2 \eta_{2,n-1} + q_{2,2} \sigma_2 \eta_{2,n-2},
 \end{aligned} \tag{6.4}$$

wobei p_1 und p_2 die gleichen Zahlenwerte haben wie in Glg. (4.37). Die $q_{1,i}$ haben die Zahlenwerte der q_i/λ . Für die $q_{2,i}$ folgt $q_{2,0} = 3.0459 \cdot 10^{-2} \frac{K m^2}{W}$, $q_{2,1} = -2.1598 \cdot 10^{-3} \frac{K m^2}{W}$ und $q_{2,2} = -2.6256 \cdot 10^{-2} \frac{K m^2}{W}$.

Dabei sind alle Kombinationen von Zahlenwerten für σ_1 und σ_2 denkbar, die die Bedingung erfüllen, daß die Standardabweichung des Residuums rekonstruiert wird. Demnach sind die oben angegebenen Werte für externe und interne Rauschantriebe Extremwerte.

Weiterhin müßte das Modell in der Lage sein, die Autokorrelationsfunktion des Residuums zu rekonstruieren. Allgemein kann ein ARMA(2,2)-Prozeß zu zyklischen Autokovarianzfunktionen führen (s. Schlittgen und Streitberg, 1994). In Anhang D.1 wird gezeigt, daß die rekursive Klimagleichung bei den hier verwendeten physikalischen Parametern nicht zu einer zyklischen Autokovarianzfunktion führt. Die Autokorrelationsfunktionen bei reinem externen bzw. reinem internen Antrieb können, wie in Anhang D.2 gezeigt, berechnet werden. Sie sind zusammen mit der geschätzten Autokorrelationsfunktion des Residuums in Abb. 6.6 dargestellt. Man sieht deutlich, daß die mo-

dellierten Autokovarianzen bei Zeitverschiebungen zwischen einem und vier bzw. fünf Jahren nicht mit der geschätzten Autokorrelationsfunktion des Residuums verträglich sind. Dies deutet darauf hin, daß der hochfrequente Anteil des Residuums nicht gut modelliert wird. Man kann andererseits aber auch fragen, wie genau der hochfrequente Anteil in der Beobachtung bestimmt ist. Betrachtet man die drei verschiedenen Versionen der globalen Mitteltemperatur, die in Abb. 6.1 dargestellt sind, so sieht man, daß diese insbesondere im hochfrequenten Anteil deutlich voneinander abweichen. Dem zufolge scheint die Aufbereitung von den gemessenen Datenreihen zur globalen Mitteltemperatur zu Ungenauigkeiten, insbesondere im hochfrequenten Anteil, zu führen. Dies entspricht einer Überlagerung von weißem Rauschen, das die Autokorrelation bei geringen Zeitverschiebungen durch den Aufbereitungsprozeß verringert. Es ist deshalb keine Unzulänglichkeit, daß die Autokorrelationsfunktion des Modellrauschens für kleine Zeitverschiebungen größer ist als die des Residuums.

Den Untersuchungen dieses Abschnitts zufolge kann das Residuum aus beobachtetem und berechnetem Temperaturverlauf nicht von einem stationären Klimarauschen unterschieden werden. Dadurch kann die beobachtete Temperaturreihe vollständig beschrieben werden als Reaktion auf externe Antriebe und einem Klimarauschen mit der Standardabweichung $.107\text{ K}$. Die Kenntnis des Klimarauschens ist von großer Bedeutung für die Untersuchung der Signifikanz des anthropogenen Einflusses (vergl. Abschnitt 6.1.4).

Betrachtet man den zehnjährig tiefpaßgefilterten Verlauf des Residuums, so erkennt man auch auf dieser Zeitskala noch deutliche Variationen. Solche Variationen sind als "interdecadal variability" bekannt. In den letzten Jahren versuchen einige Arbeitsgruppen diese "interdecadal variability" mit Hilfe von Zirkulationsmodellen zu beschreiben (s. z.B. Storch, 1994 und Latif et al., 1996). Entsprechend den Untersuchungen dieses Abschnitts kann sie aber auch durch Rauschantriebe auf ein sich linear verhaltendes aber träges Klima interpretiert werden.

6.1.4 Signifikanz des anthropogenen Einflusses

Die Frage, ob ein anthropogener Einfluß signifikant in den Beobachtungsdaten zu erkennen ist, wird als "Detektionsproblem des anthropogenen Einflusses" bezeichnet. Sie wurde schon von mehreren Arbeitsgruppen bearbeitet (s. IPCC, 1996). Das Detektionsproblem wird gewöhnlich folgendermaßen angegangen: Mittels GCM-Rechnungen wird eine Modellprognose für den anthropogenen Einfluß (z.B. mit dem IPCC-Treibhausgas-Trend-Szenario IS90A) durchgeführt. Dabei berechnen GCMs globale Felder von zahlreichen Klimavariablen. Die zeitliche Entwicklung der Struktur solcher Felder kann dann als Fingerabdruck des anthropogenen Einflusses interpretiert werden. Andererseits kann man ein Zirkulationsmodell ohne anthropogenen Einfluß betreiben und den zeitlichen Verlauf der Felder der Klimavariablen als internes Klimarauschen interpretieren. Im dritten Schritt kann dann getestet werden, ob der zeitliche Verlauf von beobachteten Feldern der Klimavariablen überzufällig gut mit dem anthropogenen Fingerabdruck übereinstimmt. Diese Strategie hat grundsätzlich folgende Schwächen:

- Voraussetzung ist, daß die Modellrechnungen den anthropogenen Einfluß auf die Zukunft von Feldern der Klimavariablen realistisch berechnen. Dagegen haben Cubasch et al. (1994) gezeigt, daß vier verschiedene Simulationen mit dem gleichen

GCM unter leicht veränderten Anfangsbedingungen zu unterschiedlichen Feldstrukturen führen. Die Anfangsbedingungen waren dabei alle aus dem natürlichen Klimarauschen entnommen. Die verschiedenen prognostizierten Felder schwanken in der Struktur und der Amplitude in der gleichen Größenordnung wie das natürliche Klimarauschen. Damit ist der Fingerabdruck nicht eindeutig.

- Die natürliche Klimavariabilität wird mit sogenannten Kontrollläufen berechnet, bei denen das Modell ohne irgendwelche Antriebe betrieben wird. Dabei läßt sich nicht zwischen den physikalischen, den numerischen und den durch die Art der Parametrisierungen und deren Kopplung hervorgerufenen Variationen unterscheiden. Sie sind daher nicht uneingeschränkt als natürliche Variabilität zu interpretieren.
- Die Kontrollläufe sind i.A. zu kurz, um deren statistische Eigenschaften direkt zu berechnen. Deshalb werden sie als Realisation von stochastischen Prozessen aufgefaßt. Die statistischen Eigenschaften eines angepaßten stochastischen Prozesses werden dann als statistische Eigenschaften der natürlichen Klimavariabilität interpretiert. Diese statistischen Eigenschaften hängen sehr stark davon ab, welcher stochastische Prozeß zur Anpassung gewählt wird und sind damit nicht eindeutig.
- Natürliche Einflußgrößen werden vernachlässigt, da ihr Antrieb z.Zt. noch nicht in der für transiente GCM-Rechnungen notwendigen räumlichen und zeitlichen Genauigkeit vorliegt. Diese aber tragen nicht unwesentlich zur Varianz der natürlichen Klimavariabilität bei.

Mit dem in dieser Arbeit verwendeten EBM können Analysen nur unter Vernachlässigung räumlicher Strukturen durchgeführt werden. Dies scheint eine wesentliche Einschränkung gegenüber der Anwendung von GCMs zu sein. Daß es keine Einschränkung ist, folgt aus zwei Gründen:

1. Die EBM-Temperatur verhält sich unter verschiedenen Szenarien wie die globale bodennahe Lufttemperatur eines GCMs (vergl. Abbildungen 4.3 und 4.4).
2. Der anthropogene Fingerabdruck der GCM-Prognose ist im wesentlichen die globale Mitteltemperatur (s. Hegerl et al., 1994).

Andererseits hat die Anwendung des EBMs in dieser Arbeit den Vorteil, daß externe natürliche Antriebe verarbeitet werden können und daß das Klimarauschen konsistent zum Modell beschrieben werden kann, d.h. ohne einen stochastischen Prozeß anpassen zu müssen. Damit ist man in der Lage, in einer geschlossenen Form mit dem Detektionsproblem umzugehen:

Zunächst muß man fragen, in welchem Intervall die beobachtete Temperatur hätte verlaufen müssen, wenn es keinen anthropogenen Einfluß gäbe. Dieses Intervall liegt um den mittleren Verlauf der Summe der modellierten natürlichen Temperaturverläufe (Wirkung von Vulkanismus, solaren Schwankungen und ENSO). Seine Breite hängt von der Wahrscheinlichkeit ab, mit der das Intervall durch Zufall verlassen werden kann. Dieses Intervall wird im weiteren natürlichen Intervall genannt. Andererseits kann man fragen, in welchem Intervall die beobachtete Temperatur hätte verlaufen müssen, wenn es zusätzlich den anthropogenen Einfluß gäbe. Dieses Intervall wird hier anthropogenes Intervall genannt.

Um nun einen anthropogenen Einfluß signifikant sehen zu können, müssen drei Bedingungen erfüllt sein:

1. das natürliche und das anthropogene Intervall müssen völlig voneinander getrennt sein.
2. die beobachtete Temperatur muß das natürliche Intervall verlassen und
3. die beobachtete Temperatur darf das anthropogene Intervall nicht verlassen.

Nur wenn diese drei Bedingungen erfüllt sind, kann man behaupten, daß das anthropogene Signal signifikant in den Beobachtungsdaten zu sehen ist.

Eine “Detektion des anthropogenen Einflusses“ kann allerdings kein Beweis für den anthropogenen Einfluß sein. Die Vorgehensweise besagt nur, daß **unter der Annahme, daß die Intervalle realistisch berechnet sind**, sich die beobachtete Temperatur übernatürlich stark verändert hat. Wir haben es hier demnach mit einer bedingten Wahrscheinlichkeitsaussage zu tun.

Zur Durchführung des Tests muß der zeitliche Verlauf, die Breite und die Lage der Intervalle bekannt sein. Die Breite der Intervalle hängt von dem gewählten Signifikanzniveau des Tests ab. Wählt man z.B. 99%, so haben die Intervalle bei $\sigma = .107K$ wegen der Gauß-Verteilung des Residuums die Breite $2 \cdot 2.576 \cdot .107K$. Das natürliche Intervall liegt dabei um

$$T_{Nat}(t) = T_{SOK}(t) + T_{Vul}(t) + T_{ENSO}(t), \quad (6.5)$$

wenn $T_{Nat}(t)$ der Verlauf der Modelltemperatur als Reaktion auf die natürlichen Antriebe ist. Dabei ist $T_{SOK}(t)$ die Temperaturreaktion auf Schwankungen der Solarkonstante, $T_{Vul}(t)$ die Reaktion auf den vulkanischen Antrieb und $T_{ENSO}(t)$ der ENSO zugeordnete Anteil des Temperaturverlaufs. Das anthropogene Intervall liegt um

$$T_{Anth}(t) = T_{Nat}(t) + T_{CO_2, \ddot{A}q.}(t) + T_{Sulf}(t), \quad (6.6)$$

wobei $T_{Anth}(t)$ die Modellreaktion auf natürliche und anthropogene Antriebe ist; $T_{CO_2, \ddot{A}q.}(t)$ ist der Temperaturverlauf bei ausschließlichem anthropogenen Treibhausgaseinfluß, $T_{Sulf}(t)$ ist der Temperaturverlauf bei ausschließlichem anthropogenen troposphärischen Sulfateinfluß.

Um den zeitlichen Verlauf der Intervalle glatter darstellen zu können, werden nun nicht die Temperaturverläufe selbst, sondern deren Abweichungen von $T_{Nat}(t)$ untersucht (dies ist rein formal und hat keinerlei inhaltliche Bedeutung). Dadurch ist das natürliche Intervall um null zentriert, während das anthropogene Intervall um $T_{Anth}(t) - T_{Nat}(t)$ zentriert ist. Beide Intervalle sind in Abb. 6.7 eingezeichnet und laufen im Jahr 1989 auseinander. Da die Intervalle auf $T_{Nat}(t)$ bezogen sind, muß auch der beobachtete Temperaturverlauf darauf bezogen werden. Die Detektionsvariable ist demnach die beobachtete Temperatur abzüglich $T_{Nat}(t)$. Abb. 6.7 zeigt, daß diese Detektionsvariable das 99 % Intervall des natürlichen Rauschens immer wieder verläßt, und seit 1977 kontinuierlich außerhalb liegt. Dies ist ohne Zweifel überzufällig oft. Andererseits wird das anthropogene 99 % Intervall im Untersuchungszeitraum von 129 Jahren nur einmal (im Jahr 1976) verlassen. Damit kann man schließen, daß der anthropogene Einfluß das globale Klima (charakterisiert durch die globale Mitteltemperatur) signifikant verändert hat.

Das Ergebnis, daß das anthropogene Signal signifikant in Beobachtungsdaten zu sehen ist, ist nicht neu. Hegerl et al. (1994) haben das anthropogene Signal unter Vernachlässigung von natürlichen externen Antrieben und unter Nutzung optimierter Filter und GCM-Prognosen auf 95% Niveau in den Beobachtungsdaten gefunden. Man kann nun fragen, ob diese beiden unterschiedlich erscheinenden Ergebnisse miteinander verträglich sind. In der Arbeit von Hegerl et al. wurde die Differenz des bodennahen Temperaturfeldes der GCM-Prognose für das Szenario IS90A von den Dekaden 2076-2085 und 1986-1995 als anthropogener Fingerabdruck verwendet. Dieser Fingerabdruck einer anthropogenen Erwärmung wurde dann mit dem Muster der beobachteten linearen Temperaturtrends verglichen. Die Verwendung von linearen Trends hat den Nachteil, daß bei progressiv steigendem anthropogenen Einfluß die Detektion verzögert wird. In Abb. 6.8b ist nun der Verlauf der Detektionsvariablen von Hegerl et al. (beruhend auf der Projektion der dreißigjährigen linearen Trends der beobachteten Temperaturmuster auf den anthropogenen Fingerabdruck) und das 95% Signifikanzniveau eingezeichnet. Zusätzlich ist der Verlauf der Detektionsvariablen des Modellklimas eingezeichnet, das das Signifikanzniveau nicht überschreitet. Das bedeutet, daß das Modell aus dem der Fingerabdruck stammt, bei der Vorgehensweise von Hegerl et al. (Verwendung der erwarteten Temperaturdifferenz des zukünftigen anthropogenen Einflusses gegenüber heute) eine Detektion erst im Jahr 2010 erwarten läßt. Dies ist eine erhebliche Inkonsistenz in dem dort verwendeten Verfahren. In Teil a der Abbildung 6.8 ist nun der Verlauf der dreißigjährigen Trends der globalen Mitteltemperatur und das 99% Signifikanzniveau der Verteilung zufälliger dreißigjähriger Trends des EBM-Rauschens eingezeichnet. Zusätzlich ist dort der Verlauf der dreißigjährigen Trends des vom EBM berechneten anthropogenen Einflusses eingezeichnet, der in guter Übereinstimmung mit der Realität ist.

Man sieht, daß sich die Vorgehensweisen von Hegerl et al. und dieser Arbeit gegenseitig bestätigen. Dabei hat der hier verwendete Weg die Vorteile, daß er

- wesentlich einfacher und damit
- wesentlich transparenter ist,
- externe Antriebe explizit berücksichtigt,
- bei der Bestimmung des Klimarauschens konsistenter ist und
- das Ergebnis nicht der Modellerwartung widerspricht.

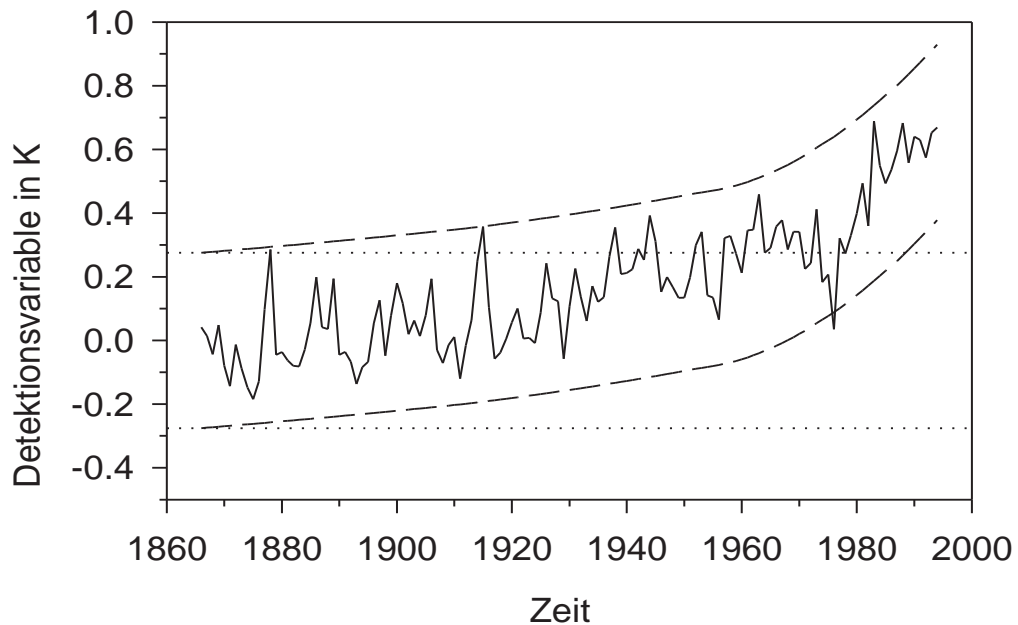


Abbildung 6.7: Verlauf der Detektionsvariablen von 1866 bis 1994 und 99%-Konfidenzintervall bei Berücksichtigung (gestrichelte Intervallgrenzen) und Nichtberücksichtigung (gepunktete Intervallgrenzen) des anthropogenen Einflusses.

6.1.5 Prognose des anthropogenen Einflusses

Nachdem gezeigt worden ist, daß das hier verwendete Modell den beobachteten Temperaturverlauf der letzten 129 Jahre gut erklärt und der anthropogene Einfluß auf das globale Klima offenbar von signifikantem Ausmaß ist, stellt sich die Frage, ob sich der anthropogene Einfluß auch prognostizieren läßt. Eine solche Prognose basiert immer auf Szenarien des menschlichen Verhaltens und auf Annahmen über das Klimasystem. Letztere sind in Kap. 3 und 4 ausführlich diskutiert worden. Hier sei allerdings nochmals darauf hingewiesen, daß die Annahmen, die ausreichen, um das gegenwärtige Klima (bzw. dessen zeitliche Entwicklung) zu beschreiben, keine zeitlichen Invarianten zu sein brauchen, auch wenn einiges dafür spricht (z.B. die Möglichkeit, den ausgeprägten Jahresgang der hemisphärischen Mitteltemperaturen zu beschreiben (s. Kap. 4.2.3)).

Für eine Prognose des anthropogenen Treibhausgaseinflusses liegen zwei Szenarien des IPCC (1990) vor. Sie werden als IS90A und IS90D bezeichnet, wobei "IS90" IPCC-Szenario von 1990 bedeutet (s. Abschnitt 5.4). Man kann nun davon ausgehen, daß die Realität durch diese beiden Extremfälle eingegrenzt wird. Beide Szenarien werden hier bis zum Jahr 2084 betrachtet, da bis zu diesem Jahr auch auf den Szenarien beruhende GCM-Rechnungen vorliegen (Cubasch et al., 1991). In Abb. 6.9 sind sowohl die EBM-Reaktionen als auch die GCM-Reaktionen ab 1990 dargestellt. Es zeigt sich, daß die

Prognosen zum Szenario IS90A recht gut übereinstimmen, nicht jedoch die zum Szenario IS90D. In diesem Fall reagiert das GCM nur etwa halb so stark wie das EBM, das mit einer Erwärmung von $.9K$ bis zum Jahr 2084 mit der IPCC-Temperaturprognose (Bretherton et al.,1990) gut übereinstimmt.

In Abb. 6.9 ist auch die Modellreaktion für ein Szenario des anthropogenen Sulfateffekts bis 2050 eingezeichnet, das auf einer Prognose der atmosphärischen Sulfatkonzentrationen von Dignon und Hameed (1995) beruht. Diesen Rechnungen zu Folge kann man die in Tabelle 6.3 dargestellten Prognosen aufstellen. Zum Vergleich sei erwähnt, daß das GCM des Hamburger Max-Planck-Instituts für den Zeitraum von 1990 bis 2050 für das Szenario A einen Anstieg von $1.62K$ und für das Szenario D einen Anstieg von $.49K$ prognostiziert, während die IPCC Bestschätzung dieser Erwärmungen bei $1.46K$ und $.69K$ liegt (Bretherton et al.,1990).

Tabelle 6.3: Prognosen des anthropogenen Einflusses auf die globale Mitteltemperatur in Kelvin.

Einfluß	Zeitspanne		
	1990 - 2025	1990 - 2050	1990 - 2084
trop. Sulfat	-.08	-.15	
$CO_2 A$.81	1.53	2.51
$CO_2 D$.49	.73	.90
$CO_2 A$ und Sulfat	.73	1.37	
$CO_2 D$ und Sulfat	.41	.57	

6.1.6 Verzögerungszeit der Wirkung des anthropogenen Einflusses

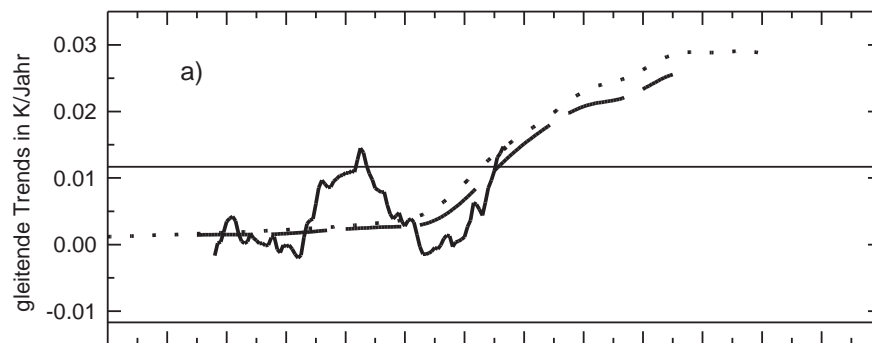
Vor dem Hintergrund der anthropogenen Klimabeeinflussung ist es eine sehr wichtige Frage, wie groß die Verzögerung der Klimareaktion gegenüber anthropogenen Antrieben ist. Das Maß dafür ist die Zeit zwischen einer bestimmten Ursache und ihrer Wirkung. Diese Verzögerungszeit kann definiert werden, als die Zeit, die vergeht, bis die globale Mitteltemperatur den Wert erreicht hat, den sie im Gleichgewicht mit dem Antrieb hätte. Sie ist demnach keine reine Eigenschaft des Klimasystems, sondern hängt wesentlich von der zeitlichen Struktur des Antriebs ab. Und da sich die zeitliche Struktur eines Antriebs ändern kann, ist auch sie nicht konstant.

Um die Verzögerungszeit zu berechnen, betrachtet man zunächst die Gleichgewichtstemperatur zum anthropogenen Treibhausgasantrieb $T_{CO_2, \ddot{A}q.}^{glg}(t) = \frac{\Delta Q(CO_2, \ddot{A}q.(t))}{\lambda}$ und die transiente EBM-Reaktion. Beide sind in Abb. 6.10 dargestellt. Der horizontale Abstand zwischen der Gleichgewichtskurve und dem transienten Verlauf ist die Verzögerungszeit $\delta_{CO_2, \ddot{A}q.}$ zum Zeitpunkt, an dem das Gleichgewichtssignal gegeben war. Diese Verzögerungszeit läßt sich leicht berechnen, indem man zu jedem Zeitpunkt das Gleichgewichtssignal berechnet und den (späteren) Zeitpunkt sucht, an dem die transiente Temperatur dieser gleich ist. Die Differenz dieser Zeitpunkte ist die gesuchte Verzögerungszeit. Abb. 6.11 zeigt den Verlauf der Verzögerungszeit für den reinen anthropogenen Zusatztreibhauseffekt, den anthropogenen troposphärischen Sulfateinfluß und für den gemeinsamen Effekt durch anthropogene Treibhausgase und troposphärisches Sulfat.

Die mittlere Verzögerungszeit im Untersuchungszeitraum beträgt demnach 10.4 Jahre für den anthropogenen Treibhauseffekt allein, 10.6 Jahre für den Sulfateinfluß und 10.9 Jahre wenn beide untersuchten anthropogenen Einflüsse wirken. Man muß bei der Interpretation dieser Zahlen aber zweierlei beachten. Erstens ist dies nur die Verzögerungszeit, mit der das Klimasystem auf einen Konzentrationsanstieg der Gase und Partikel reagiert, während die Konzentration der Treibhausgase ihrerseits den anthropogenen Emissionen mit einer gewissen Verzögerung folgt, so daß die Zeit, die zwischen Ursache und Wirkung vergeht, größer ist. Zweitens kann diese Zeit nicht für Prognosen benutzt werden, sofern die zeitliche Struktur des Antriebs sich ändert. Würde z.B. der anthropogene Einfluß auf dem heutigen Niveau eingefroren werden, so würde die Reaktion des Modellsystems eine langsame Relaxation gegen den heutigen Gleichgewichtswert darstellen. Die Verzögerungszeit wäre ab diesem Zeitpunkt unendlich groß. Würde der anthropogene Einfluß nicht nur eingefroren sondern verringert werden, würde ab einem bestimmten Zeitpunkt die Gleichgewichtstemperatur unter die Modelltemperatur fallen, was wieder zu einer endlichen Verzögerungszeit führen würde. Die sensible Abhängigkeit der Verzögerungszeit von der zeitlichen Struktur des Antriebs ist in Abb. 6.11 sehr gut zu sehen. In den siebziger Jahren dieses Jahrhunderts flachte der Anstieg der anthropogenen Sulfatkonzentration ab (s. Abb. 5.7), worauf die Verzögerungszeit mit einem starken Anstieg reagierte. Wie man sieht, muß man sehr vorsichtig sein, wenn man mit der Zeit, die zwischen Ursache und Wirkung liegt, für die Zukunft argumentieren will.

6.1.7 Statistische Verifikation

Um nun zu testen, ob der Wert für die Verzögerungszeit des anthropogenen Treibhauseffekts realistisch ist, kann man eine Kreuzkorrelation zwischen den anthropogenen Treibhausgaskonzentrationen einerseits und der Temperatur andererseits durchführen. Man könnte dann erwarten, daß der Kreuzkorrelationskoeffizient bei einer Zeitverschiebung von 10-11 Jahren am größten ist, da dies die mittlere Verzögerungszeit ist. Dies ist nicht der Fall, wie Abb. 6.12 klar zeigt, in der die Kreuzkorrelationsfunktion in Abhängigkeit von der Zeitverschiebung und deren 95 %-Konfidenzintervall eingetragen ist. Man sieht deutlich, daß die Güte der Anpassung nicht signifikant von der Zeitverschiebung abhängt, solange diese weniger als etwa 45 Jahre beträgt. Dies liegt darin begründet, daß der zeitliche Verlauf der anthropogenen Treibhausgaskonzentrationen progressiv steigend und damit von selbstähnlicher Natur ist. Somit ist die Anpassungsgüte in gewissen Grenzen unabhängig von der Verschiebung, nicht aber die Regressionskoeffizienten. Über diese Regressionskoeffizienten hängt aber jede Vorhersage eines Regressionsmodells von der verwendeten Zeitverschiebung ab. Regressionsmodell und EBM verifizieren sich dann gegenseitig, wenn unter Verwendung der Verzögerungszeit als Zeitverschiebung im Regressionsmodell die Prognosen sehr ähnlich sind. In Abb. 6.13 sind nun zusätzlich zum Gleichgewichtsverlauf des IS90A-Szenarios auch der transiente Verlauf des EBM und drei Prognosen mit dem Regressionsmodell bei verschiedenen Zeitverschiebungen eingezeichnet. Man sieht, daß über den Prognosezeitraum von 100 Jahren die Prognose des Regressionsmodells stark von der Zeitverschiebung abhängt. Für eine Zeitverschiebung von der Größe der Verzögerungszeit (10 Jahre) wird die beste Übereinstimmung zwischen der Regressionsmodell-Prognose und der EBM-Prognose erzielt. Damit verifizieren sich der rein statistische Ansatz des multiplen Regressionsmodells und das EBM gegenseitig.



b)

Abbildung 6.8: a) dreißigjährige gleitende Trends der beobachteten globalen Mitteltemperatur (durchgezogene Linie), der EBM-Reaktion auf den anthropogenen Treibhausgasantrieb (gepunktete Linie) und der kombinierten EBM-Reaktion auf anthropogene Treibhausgase und den anthropogenen Sulfateinfluß (unterbrochene Linie). Die horizontalen Linien stellen das 99%-Konfidenzintervall des Rauschens dar.

b) Detektionsvariable des beobachteten Temperaturfeldes (durchgezogene Linie) und des GCM-Laufs (gepunktete Linie). Die horizontalen Linien begrenzen zwei unterschiedliche 95% Intervalle des Rauschens. Das breitere Intervall ist aus Beobachtungsdaten, das schmalere aus GCM-Rechnungen. Teil b) ist aus Hegerl et al. (1994) übernommen.

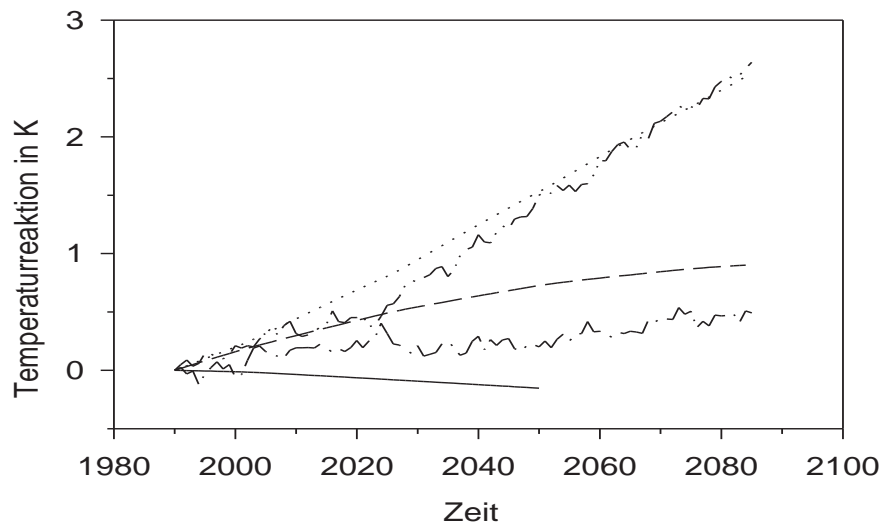


Abbildung 6.9: EBM-Temperaturprognose für das IPCC-Treibhausgasszenario A (gepunktet) und D (gestrichelt) und für eine Sulfateffektprognose (durchgezogene Linie); Zum Vergleich GCM-Prognose für das Szenario A (Strich-Punkt-Punkt-Linie) und D (Strichpunktlinie).



Abbildung 6.10: Transienter (gestrichelte Linie) und Gleichgewichtsverlauf (durchgezogene Linie) der Temperaturreaktion auf anthropogene Treibhausgase.

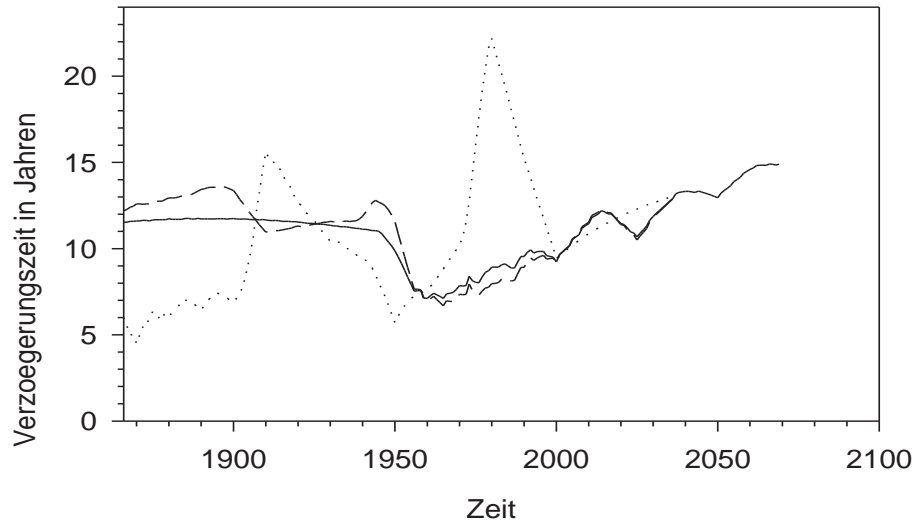


Abbildung 6.11: Verzögerungszeit des anthropogenen Treibhausgasantriebs (durchgezogene Linie), des anthropogenen Sulfateffekts (gepunktete Linie) und des gemeinsamen Effekts (gestrichelte Linie).

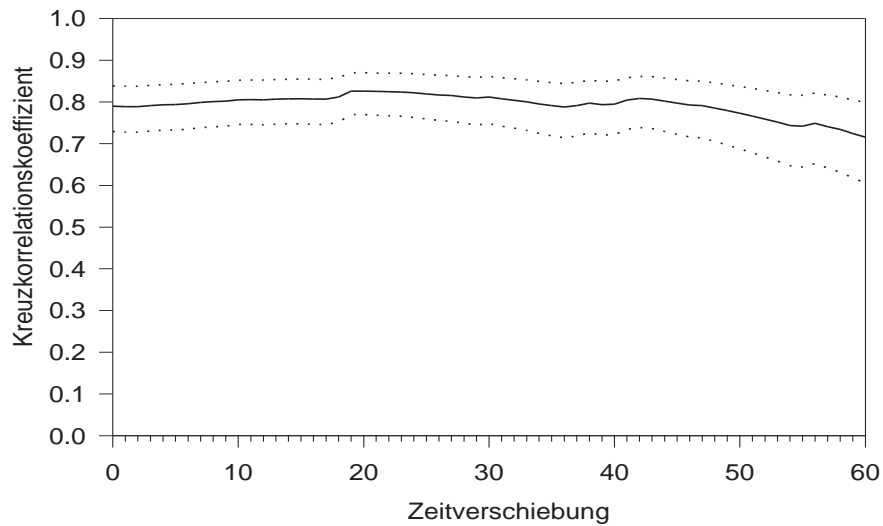


Abbildung 6.12: Kreuzkorrelationsfunktion zwischen anthropogener Treibhausgaskonzentration und beobachteter Temperatur und deren 95%-Konfidenzintervall (gepunktete Linie).



Abbildung 6.13: Gegenseitige Verifikation von EBM und multipler Regression (MRM) anhand von gleichen Vorhersagen. Gleichgewichtstemperatur (obere durchgezogene Linie), transienter Verlauf (untere durchgezogene Linie), Regressionsmodell: ohne Verzögerung (gestrichelte Linie), 10 Jahre Verzögerung (Strichpunktlinie) und 20 Jahre Verzögerung (gepunktete Linie).

6.2 Analyse der hemisphärischen Mitteltemperaturen

Nach der ausführlichen Diskussion des Verlaufs der globalen Mitteltemperatur stellt sich nun die Frage, ob auch die Hemisphärentemperaturen durch das in Kap. 4.2 beschriebene Modell und die in Kap. 5 definierten Antriebszeitreihen erklärt werden können. Denn nur wenn das Modell in der Lage ist, die unterschiedliche zeitliche Entwicklung der Hemisphärentemperaturen zu beschreiben, kann es verwendet werden, um die unterschiedliche Wirkung des anthropogenen Einflusses auf die Hemisphären zu prognostizieren.

6.2.1 Die hemisphärischen Mitteltemperaturen

Bei der Bestimmung der hemisphärischen Mitteltemperaturzeitreihen treten die gleichen Probleme auf, wie bei der Bestimmung der globalen Zeitreihen. Diese sind in Abschnitt 6.1.1 ausführlich besprochen worden und werden daher hier nicht noch einmal diskutiert. Wie bei der globalen Mitteltemperatur stehen auch hier drei etwas unterschiedliche Zeitreihen zur Verfügung (Jones et al., 1994; Wilson und Hansen, 1994 und Vinnikov et al., 1994). Dabei ist die Datenbasis der nordhemisphärischen Mittel wesentlich größer als die der südhemisphärischen Mittel. Gebiete südlich des sechzigsten Breitengrades der Südhemisphäre sind deshalb hier ebenso nicht berücksichtigt wie bei der globalen Mittelung.

Aus den gleichen Gründen wie in Abschnitt 6.1.1 wird hier den Zeitreihen von Jones et al. (1994) der Vorzug gegeben. Auch die hemisphärischen Zeitreihen werden ENSO-korrigiert. Dabei wird wieder entsprechend der Arbeit von Jones (1988) vorgegangen. Es zeigt sich, daß durch den Southern-Oscillation-Index nur 4% der hochfrequenten nordhemisphärischen Schwankungen (zehnjährige Gaußsche Filterung), aber 15% der hochfrequenten südhemisphärischen Schwankungen erklärt werden können. Der zeitliche Verlauf der ENSO-zugeordneten Temperaturvariationen ist in den Abbildungen 6.14 und 6.15 dargestellt.

6.2.2 Wirkung der externen Antriebe

Um den Antriebszeitreihen aus Kapitel 5 Temperaturreaktionen zuzuordnen, werden die Gleichungen (4.52) und (4.53) verwendet. Diese stellen die sukzessiv analytische Lösung der 3-Boxen-Approximation des 5-Boxen-Modells dar (s. Abschnitt 4.2.3). Aus den zwei verwendeten Kalibrierungsmöglichkeiten (s. Abschnitt 4.2.3 und Anhang E) ergaben sich zwei verschiedene Systemparameterkombinationen. Davon beschreibt die zweite den Jahresgang besser, da sie daran optimal angepaßt ist. Dies ist allerdings noch kein ausreichender Grund, ihr den Vorzug zu geben, da die Optimierung auf der Zeitskala des Jahresgangs zu einem unrealistischeren Verhalten auf anderen Zeitskalen führen kann. Da die Frage, welche Parameterkombination verwendet werden sollte, nicht a priori geklärt werden kann, wird das Modell mit beiden Kombinationen betrieben. A posteriori stellt sich dann heraus, wie groß die Unterschiede zwischen den zwei Varianten und zwischen diesen und dem beobachteten Temperaturverlauf sind. In Abb. 6.14 sind die den Antrieben zugeordneten Temperaturanomalien der Nordhemisphäre für beide Parameterkombinationen dargestellt. Abb. 6.15 zeigt die Ergebnisse für die

Südhemisphäre und den gleichen Zeitraum von 1866 bis 1994. Es ist deutlich zu sehen, daß die beiden Parameterkombinationen zu sehr ähnlichen Ergebnissen führen. Die Signale der einzelnen Antriebe sind in Tabelle 6.4 zusammengefaßt. Man sieht zunächst, daß sie denen der globalen Betrachtung sehr ähnlich sind. Nur der Einfluß des anthropogenen troposphärischen Sulfats und der explosiven Vulkanausbrüche ist auf der Südhemisphäre deutlich geringer als auf der Nordhemisphäre. Dies ist wesentlich von der Quellenverteilung abhängig (s. Kap. 5). Betrachtet man die Signale, die dem anthropogenen Treibhauseffekt und dem Vulkanismus zugeordnet sind, so sieht man, daß unter Verwendung der Parameterkombination 2 die Nordhemisphäre größere Signale und die Südhemisphäre kleinere Signale liefert als bei Verwendung der Parameterkombination 1. Dies zeigt den kleinen aber systematischen Unterschied zwischen den beiden Parameterkombinationen.

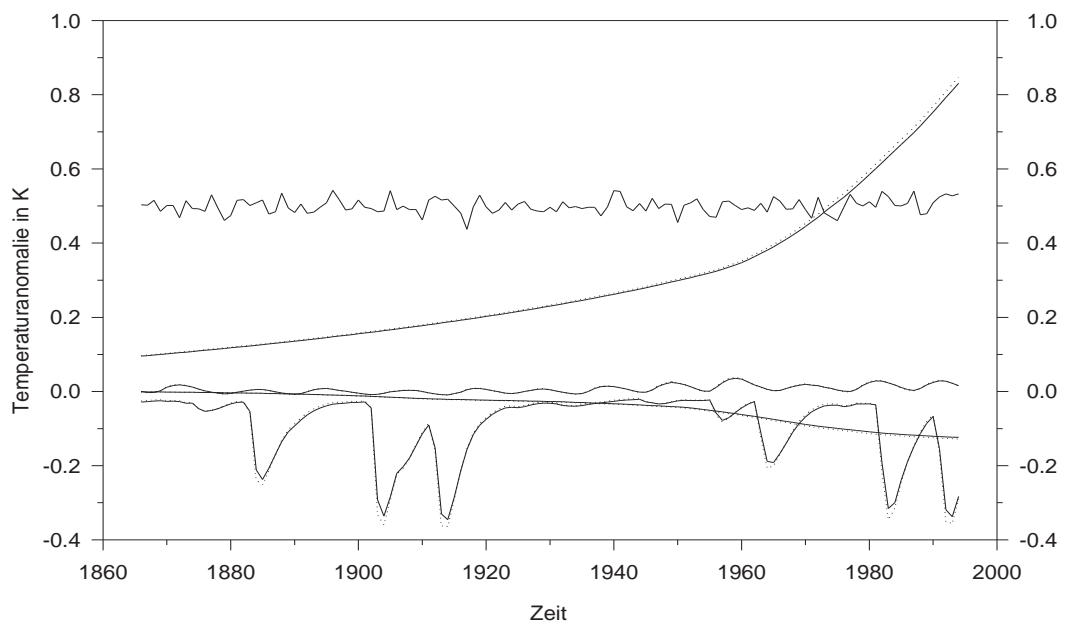


Abbildung 6.14: Modellreaktion der nordhemisphärischen Mitteltemperatur (von 1866 bis 1994) auf verschiedene Einflußgrößen bei verschiedenen Parameterwerten. Anthropogener Treibhausgaseinfluß: progressiv steigende Kurven; anthropogener Sulfateinfluß: fallende Kurven; solarer Einfluß: quasi periodische Kurven; vulkanischer Einfluß: episodische Kurven. Durchgezogene Linien sind mit der Parameterkombination 1 gerechnet, gepunktete Linien mit der Kombination 2. Die ENSO-zugeordnete Variation ist aus Gründen der Übersichtlichkeit um $.5\text{ K}$ erhöht eingezeichnet.

Im nächsten Schritt werden nun die einzelnen Zeitreihen der Modelltemperatur als Funktion der verschiedenen Antriebszeitreihen zu Modelltemperaturzeitreihen addiert. Abb. 6.16 zeigt den Vergleich der so erhaltenen nordhemisphärischen Modelltemperaturen mit der ENSO-korrigierten beobachteten Temperatur. In Abb. 6.17 ist das Gleiche für die Südhemisphäre dargestellt. Aus den Abbildungen wird deutlich, daß der nieder-

Tabelle 6.4: Hemisphärische Temperatursignale der verschiedenen Antriebe bei zwei verschiedenen Parameterkombinationen und durch ENSO erklärter Anteil.

Einfluß	Wertespanne der Modelltemperatur in K			
	Nordhemisphäre		Südhemisphäre	
	Param. 1	Param. 2	Param. 1	Param. 2
Anthropogene Treibhausgase	.74	.75	.74	.72
Anthropogener Sulfateinfluß	.17	.18	.07	.06
Vulkanismus	.32	.35	.24	.22
Solarer Einfluß	.04	.05	.04	.04
ENSO	.11		.16	

frequente Anteil der beobachteten Temperaturen recht gut von dem Modell beschrieben wird, nicht aber der hochfrequente Anteil. Weiterhin sieht man, daß die Abweichungen, die durch die verschiedenen Parameterkombinationen entstehen, vernachlässigbar klein sind im Verhältnis zu den hochfrequenten Schwankungen der beobachteten Temperaturanomalien.

Auch hier stellt sich nun die Frage, ob die Residuen aus gemessener und berechneter Temperatur als zufälliges Rauschen aufgefaßt werden können, das nicht mit dem Modell im Widerspruch steht. Dieser Frage ist der folgende Abschnitt gewidmet.

6.2.3 Klimarauschen

Um die Residuen aus beobachteter und berechneter Temperatur als Klimarauschen auffassen zu können, müssen diese Residuen schwach stationär und Gauß-verteilt sein. Dazu werden folgende Tests durchgeführt:

- a) Test auf Gauß-Verteilung
- b) Test auf Mittelwertstationarität
- c) Test auf Varianzstationarität
- d) Test auf Autokovarianzstationarität

Zu a) Test auf Gauß-Verteilung

Um zu testen, ob die Residuen Gauß-verteilt sind, werden die beiden in Abschnitt 6.1.3 vorgestellten Tests verwendet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.5 zusammengefaßt.

Die Tabelle zeigt deutlich, daß keine signifikante Abweichung von der Gauß-Verteilung zu erkennen ist. Auffällig sind jedoch die großen Unterschiede zwischen den Ergebnissen der zwei verwendeten Tests. Dabei ist zu beachten, daß der Kolmogoroff-Smirnoff-Test zuverlässiger ist als der χ^2 -Test. Letzterer lehnt im allgemeinen mit einer zu großen Wahrscheinlichkeit ab (s. Abschnitt 6.1.3). Im folgenden wird ein zusätzliches Kriterium verwendet, das zeigt, daß die Verteilungen der Gauß-Verteilung sehr ähneln. Schiefe und Exzeß sind bei der Gauß-Verteilung nämlich null. Betrachtet man aber nur eine begrenzte Realisation von Gauß-verteilten Zufallszahlen, so werden Schiefe und Exzeß

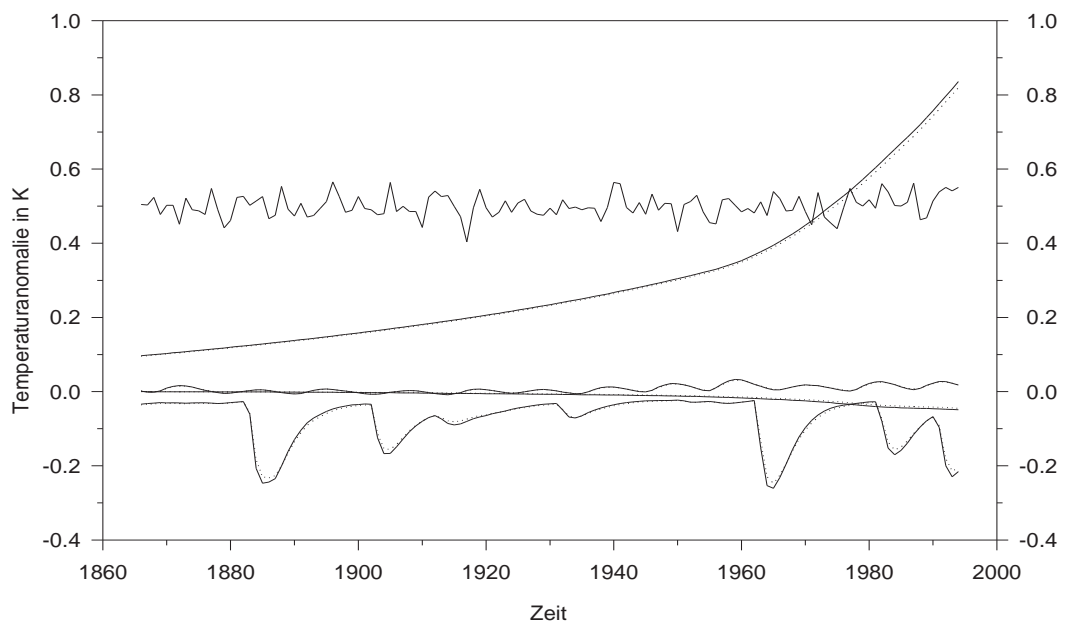


Abbildung 6.15: Modellreaktion der südhemisphärischen Mitteltemperatur (von 1866 bis 1994) auf verschiedene Einflußgrößen bei verschiedenen Parameterwerten. Anthropogener Treibhausgaseinfluß: progressiv steigende Kurven; anthropogener Sulfateinfluß: fallende Kurven; solarer Einfluß: quasi periodische Kurven; vulkanischer Einfluß: episodische Kurven. Durchgezogene Linien sind mit der Parameterkombination 1 gerechnet, gepunktete Linien mit der Kombination 2. Die ENSO-zugeordnete Variation ist um .5 K erhöht eingezeichnet.

ungleich null sein. Bei 129 Werten (das ist die Länge der hier verwendeten Zeitreihen) ist die Standardabweichung der Schiefe .216 und des Exzesses .431. Schiefe und Exzesse der hier betrachteten Residuen sind zusätzlich zu diesen Werten in Tabelle 6.6 eingetragen. Demnach ist vor allem die Schiefe der Verteilung des Residuums auf der Südhemisphäre für die (wenn auch geringe) Abweichung von der idealen Gauß-Verteilung verantwortlich. Da das Residuum die Differenz von beobachtetem und berechnetem Temperaturverlauf ist, bedeutet eine positive Schiefe, daß die größte Häufung beobachteter Werte unterhalb der Modelltemperatur liegt (bei gleichem arithmetischem Mittelwert).

Zwar können die Verteilungen der Residuen nicht signifikant von der Gauß-Verteilung unterschieden werden, jedoch sind sie nicht so gut Gauß-verteilt, wie bei der globalen Mitteltemperatur. Dies ist leicht nachzuvollziehen, denn je größer das Gebiet ist, über das gemittelt wird, desto näher kommt das Rauschen der Gauß-Verteilung. Dies folgt unmittelbar aus dem zentralen Grenzwertsatz der Statistik, demzufolge Summen von Zufallszahlen einer Gauß-Verteilung immer ähnlicher werden, je mehr Zufallszahlen summiert werden.

Zu b) Test auf Mittelwertstationarität

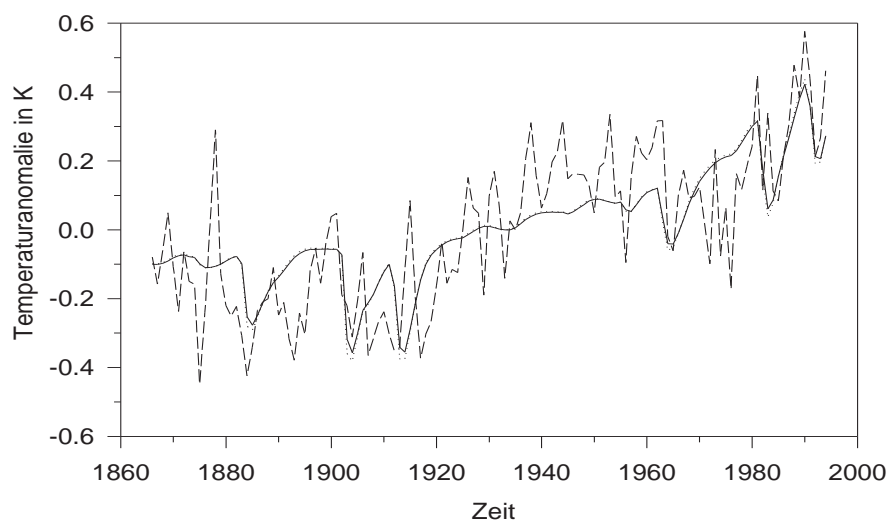


Abbildung 6.16: Modellreaktion der nordhemisphärischen Mitteltemperatur zwischen 1866 und 1994 (durchgezogene Linie mit Parameterkombination 1, gepunktete Linie mit Kombination 2) und beobachteter ENSO-korrigierter Temperaturverlauf (unterbrochene Linie).

Tabelle 6.5: Ergebnisse der Tests auf Gauß-Verteilung der Residuen.

Test	Ablehnungswahrscheinlichkeit in %			
	Nordhemisphäre		Südhemisphäre	
	Param. 1	Param. 2	Param. 1	Param. 2
χ^2	42	81	49	55
Kolmogoroff-Smirnoff	33	14	17	2

Um die Mittelwertstationarität zu testen, wird der Untersuchungszeitraum wieder in drei gleich lange Intervalle zu je 43 Jahren aufgeteilt. Ihre Mittelwerte (Tabelle 6.7) dürfen sich dann bei Mittelwertstationarität nicht signifikant unterscheiden. Dies kann bei Kenntnis der Varianzen, die in Tabelle 6.9 zusammengefaßt sind, mit einem t-Test getestet werden (s. z.B. Schönwiese, 1992).

Es stellt sich heraus, daß zwar auf der Südhemisphäre keine signifikanten Unterschiede (Wahrscheinlichkeit 90 %) zwischen den Mittelwerten der drei Subintervalle auftreten, wohl aber auf der Nordhemisphäre. Dort kommt es zu signifikanten Abweichungen zwischen dem ersten Subintervall und den beiden darauffolgenden. Deshalb kann man für die Residuen der Südhemisphäre von Mittelwertstationarität ausgehen, nicht jedoch für die Residuen der Nordhemisphäre. Die berechneten Temperaturen sind dort im ersten Drittel des Untersuchungszeitraums signifikant höher und später signifikant niedriger als die beobachteten Temperaturen. Dies ist schon bei genauerer Betrachtung der Abb.

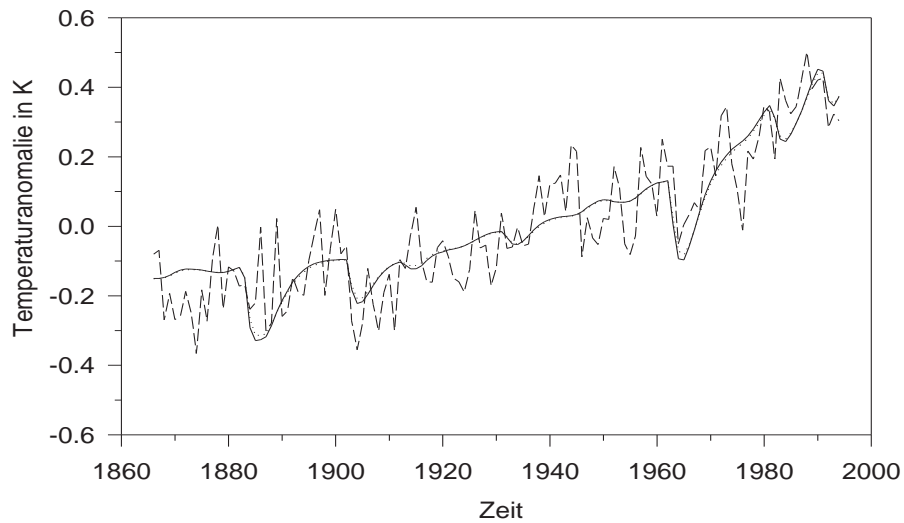


Abbildung 6.17: Ähnlich Abb. 6.16, jedoch Südhemisphäre.

Tabelle 6.6: Schiefe und Exzeß der Residuen und Standardabweichung von Schiefe und Exzeß von 129 Gauß-verteilten Zufallszahlen.

	Nordhemisphäre		Südhemisphäre		Standardabweichung bei Gaußschen Zufallszahlen
	Param. 1	Param. 2	Param. 1	Param. 2	
Schiefe	-.005	.005	.271	.255	.216
Exzeß	-.075	-.041	.068	.008	.431

6.16 zu sehen. Deutlich ist dies auch an den linearen Trends zu erkennen, die in Tabelle 6.8 dargestellt sind.

In Tabelle 6.8 sieht man, daß die linearen Trends der berechneten nordhemisphärischen Temperaturverläufe deutlich kleiner sind, als der zugehörige beobachtete, während jene der südhemisphärischen Temperaturverläufe nur unwesentlich kleiner sind als der dort beobachtete Trend. Die Unterschiede zwischen den linearen Trends der modellierten und beobachteten Temperaturen machen sich zwar bei der Rekonstruktion nicht besonders deutlich bemerkbar (s. Abb. 6.16 und 6.17), können jedoch bei Verwendung des Modells für Prognosen zu deutlichen Unterschieden führen. Andererseits sind die linearen Trends mit der Methode der kleinsten Quadrate berechnet, die nicht robust ist. Das bedeutet, daß die linearen Trends so berechnet sind, daß die Summe der Quadrate der Abstände der beobachteten bzw. berechneten Temperaturen von den Ausgleichsgraden am geringsten sind. Diese Methode ist sehr empfindlich von wenigen großen Abweichungen abhängig, was an folgendem Beispiel kurz erläutert sein soll: Die Abweichung eines Wertes um 10 Einheiten geht mit $10^2 = 100$ ein. Sie hat damit die gleiche Wirkung wie 100 Abweichungen von jeweils einer Einheit. Demnach darf man lineare Trends, die

Tabelle 6.7: Mittelwerte der Residuen.

	Nordhemisphäre		Südhemisphäre	
	Param. 1	Param. 2	Param. 1	Param. 2
Mittelwert der ersten 43 Jahre	-.0484 <i>K</i>	-.0468 <i>K</i>	-.0088 <i>K</i>	-.0100 <i>K</i>
Mittelwert der zweiten 43 Jahre	.0239 <i>K</i>	.0232 <i>K</i>	-.0056 <i>K</i>	-.0058 <i>K</i>
Mittelwert der dritten 43 Jahre	.0245 <i>K</i>	.0236 <i>K</i>	.0144 <i>K</i>	.0158 <i>K</i>

Tabelle 6.8: Lineare Trends der berechneten und beobachteten Temperaturverläufe.

Lineare Trends in $10^{-3} \frac{K}{Jahr}$					
Nordhemisphäre			Südhemisphäre		
Param. 1	Param. 2	Beobachtung	Param. 1	Param. 2	Beobachtung
3.43	3.46	4.33	4.20	4.16	4.49

mit der Methode der kleinsten Quadrate gewonnen wurden nicht überinterpretieren, insbesondere dann, wenn der Kurvenverlauf nicht annähernd linear ist, wie es hier der Fall ist (s. Abbildungen 6.16 und 6.17).

Zu c) Test auf Varianzstationarität

Zum Test der Varianzstationarität werden wie bei der Mittelwertstationarität drei Subintervalle miteinander verglichen. Die jeweiligen Varianzen (Tabelle 6.9) können mit einem F-Test auf signifikante Abweichungen hin getestet werden (s. z.B. Schönwiese, 1992). Es treten keine signifikanten Abweichungen zwischen den Varianzen der Subintervalle auf. Die Bedingung der Varianzstationarität kann demnach als erfüllt angesehen werden.

Tabelle 6.9: Standardabweichungen der Residuen.

	Nordhemisphäre		Südhemisphäre	
	Param. 1	Param. 2	Param. 1	Param. 2
Standardabw. der ersten 43 Jahre	.1384 <i>K</i>	.1403 <i>K</i>	.1123 <i>K</i>	.1116 <i>K</i>
Standardabw. der zweiten 43 Jahre	.1448 <i>K</i>	.1460 <i>K</i>	.0933 <i>K</i>	.0931 <i>K</i>
Standardabw. der dritten 43 Jahre	.1465 <i>K</i>	.1489 <i>K</i>	.0993 <i>K</i>	.0977 <i>K</i>

Zu d) Test auf Autokovarianzstationarität

Da die Autokovarianz keine erwartungstreue Schätzfunktion ist und der Datenumfang von 129 Werten zu gering ist, um zeitliche Strukturen signifikant zu finden, kann hier wiederum nur eine Plausibilitätsbetrachtung durchgeführt werden. Dazu wird der Untersuchungszeitraum in zwei gleichgroße Intervalle aufgeteilt, und für jedes Intervall die Autokorrelationsfunktion berechnet. Für Zeitverschiebungen von mehr als fünf Jahren sind die Schätzwerte der Autokorrelationsfunktionen in keinem Fall mehr signifikant von null unterscheidbar. Deshalb werden nur die Autokorrelationsfunktionen bis zu einer Verschiebung von fünf Jahren untersucht. Weiterhin treten keine signifikanten Unterschiede in Abhängigkeit von der Wahl der Parameterkombination auf, so daß es ausreicht, nur eine Kombination zu untersuchen. Abb. 6.18 zeigt den Verlauf der Autokorrelationsfunktionen der beiden Intervalle für die Nordhemisphäre und deren 95 %-Konfidenzintervall. Es ist deutlich zu sehen, daß die Autokorrelation zur Verschiebung 1 in der ersten Hälfte des Untersuchungszeitraums fast identisch ist mit jener der zweiten Hälfte. Die Autokorrelationen zu größeren Verschiebungen unterscheiden sich jedoch merklich. Betrachtet man andererseits die Autokorrelationsfunktionen für die Teilintervalle der südhemisphärischen Residuen, wie sie in Abb. 6.19 dargestellt sind, so erkennt man keine merklichen Unterschiede. Für die Südhemisphäre kann deshalb uneingeschränkt von Kovarianzstationarität ausgegangen werden.

Auf der Nordhemisphäre scheint sich die zeitliche Struktur des Residuums mit der Zeit zu ändern. Mittelwert- und Autokovarianzstationarität sind dort nicht erfüllt. Dies deutet darauf hin, daß nicht alle wesentlichen Prozesse, die die nordhemisphärische Temperatur steuern, erfaßt worden sind. Ein möglicherweise wichtiger nichtberücksichtigter Prozeß auf der Nordhalbkugel könnte die Nordatlantik-Oszillation (NAO) sein, die z.B. bei Houghton et al. (1990) diskutiert ist. Deshalb wird nun untersucht, ob eine lineare Regression zwischen NAO und nordhemisphärischem Residuum die dortige Mittelwertinstationarität und (wenn auch nicht signifikante) Autokovarianzstationarität erklären kann. Dazu wird zunächst eine Korrelationsrechnung (nach Pearson) durchgeführt, derzufolge nur 1.8 % der Varianz des nordhemisphärischen Residuums durch NAO erklärt werden kann. Dies deutet darauf hin, daß kein ausgeprägter einfacher Zusammenhang zwischen der nordhemisphärischen Mitteltemperatur und der NAO zu erwarten ist. Andererseits kann man davon ausgehen, daß der größte Teil der Variationen des nordhemisphärischen Residuums durch Zufallsrauschen erzeugt ist. Dies folgt aus der Varianzstationarität und der Gauß-Verteilung des Residuums. Deshalb könnte man davon ausgehen, daß bei ausschließlicher Berücksichtigung der tiefen Frequenzen eher ein Zusammenhang zwischen der Nordatlantik-Oszillation und dem Residuum gefunden werden kann. Aus diesem Grund wird die gleiche Korrelation noch einmal mit zwanzig jährlich tiefpaßgefilterten Daten durchgeführt. Aber auch damit sind nur 2.2 % der Varianz des nordhemisphärischen Residuums erklärbar. Demzufolge kann die Struktur des Residuums auf der Nordhemisphäre nicht (zumindest nicht linear) durch die NAO erklärt werden. Dies kann unter anderem daran liegen, daß die NAO ein interner Parameter ist, der von den externen Antrieben beeinflusst wird und somit Information enthält, die in dem Residuum nicht mehr zu finden ist.

In einem nächsten Schritt könnte man nun versuchen, mit dem Modell die Autokovarianzfunktionen der Residuen zu reproduzieren (die anderen Bedingungen erfüllt das Modell a priori, s. Abschnitt 6.1.3). Dazu könnte das Modell mit vier Rauschantrie-

ben versehen werden, von denen jeweils zwei auf einer Hemisphäre wirken (Atmosphäre und ozeanische Mischungsschicht). Da aber das Residuum der Nordhemisphäre noch Struktur aufweist, wird auf diese Analyse verzichtet.

Für die weiteren Untersuchungen werden die beiden Residuen als natürliches Rauschen angesehen. Für die Südhemisphäre ist gezeigt worden, daß die Bedingungen dafür erfüllt sind. Das nordhemisphärische Residuum zeigt noch überzufällige Strukturen. Verwendet man das Residuum als natürliches Rauschen, so überschätzt man es damit. Diese Überschätzung des natürlichen Rauschens trägt dazu bei, daß der anthropogene Einfluß auf der Nordhemisphäre nicht so signifikant zu erkennen ist, wie auf der Südhemisphäre.

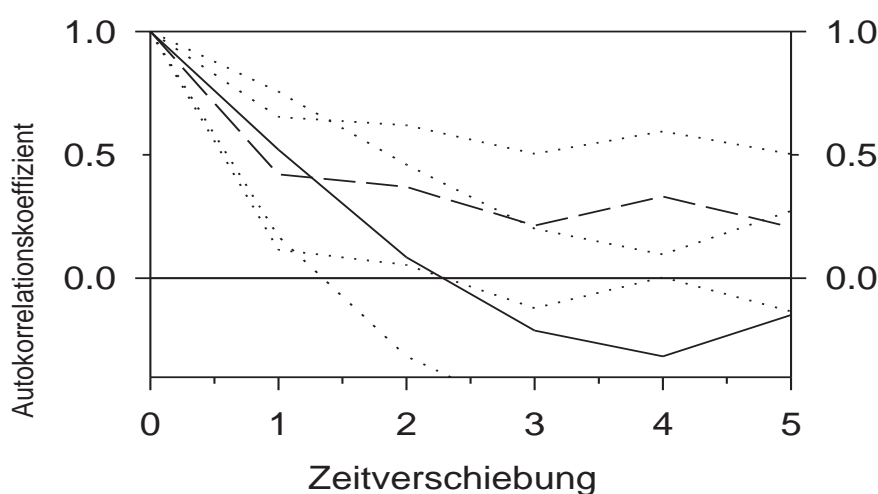


Abbildung 6.18: Autokorrelationsfunktion des Residuums aus beobachteter und berechneter Nordhemisphärentemperatur für die ersten (durchgezogene Linie) und letzten (unterbrochene Linie) 64 Jahre des Untersuchungszeitraums und deren 95%-Konfidenzintervalle (jeweils gepunktet).

6.2.4 Signifikanz des anthropogenen Einflusses

Im nächsten Schritt kann nun getestet werden, ob der anthropogene Anteil an den Klimavariationen auch auf der hemisphärischen Skala signifikant vom natürlichen Anteil abweicht. Damit ist man in der Lage, zu klären, ob auf beiden Hemisphären eine signifikante Klimaveränderung durch den Menschen zu sehen ist. Analog zur Vorgehensweise in Abschnitt 6.1.5 werden die natürlichen Temperaturvariationen wieder als Bezugsgröße verwendet. Durch das Klimarauschen sind zufällige Schwankungen um diesen "Grundzustand" möglich. Deren Standardabweichung beträgt den Untersuchungen des vorherigen Abschnitts zu Folge weniger als $.147K$ auf der Nordhemisphäre und $.101K$ auf der Südhemisphäre. Damit kann man ein Konfidenzintervall der natürlichen Variabilität bei einem bestimmten vorgegebenen Signifikanzniveau angeben. Analog kann

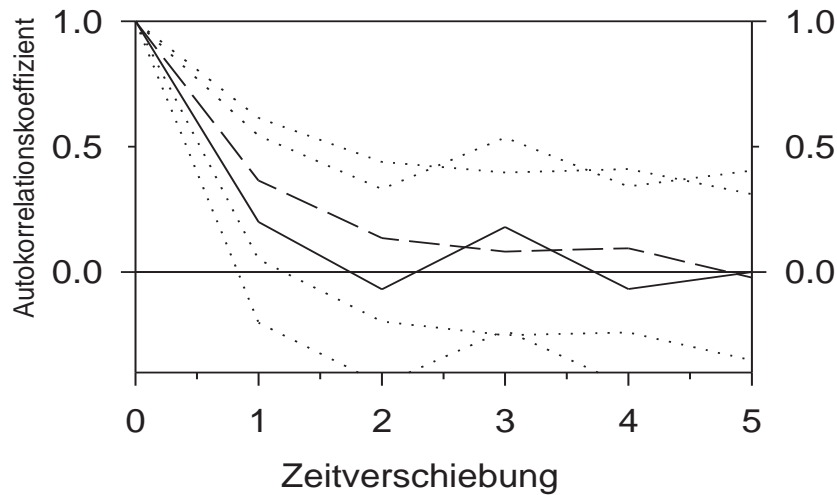


Abbildung 6.19: Autokorrelationsfunktion des Residuums aus beobachteter und berechneter Südhemisphärentemperatur für die ersten (durchgezogene Linie) und letzten (unterbrochene Linie) 64 Jahre des Untersuchungszeitraums und deren 95%-Konfidenzintervalle (jeweils gepunktet).

man mit der Abweichung der anthropogen verursachten Modelltemperatur von dem natürlichen Anteil umgehen, und erhält somit auch ein Konfidenzintervall für den anthropogenen Anteil. Die Frage ist nun, auf welchem Signifikanzniveau die Intervalle für die jeweilige Hemisphäre heute schon auseinandergelaufen sind, und ob sich die beobachtete Temperatur in dem anthropogenen Intervall aufhält, nicht aber in dem natürlichen Intervall. Abb. 6.20 zeigt das Ergebnis für die Nordhemisphäre. In Abb. 6.21 ist das Ergebnis für die Südhemisphäre dargestellt.

Wegen der vergleichsweise großen Standardabweichung des Klimarauschens auf der Nordhemisphäre laufen dort innerhalb des Untersuchungszeitraums die 95 %-Konfidenzintervalle des natürlichen und anthropogenen Verlaufs auseinander, nicht jedoch die 99 %-Konfidenzintervalle. Damit ist ein Signifikanztest nur auf 95% Signifikanzniveau möglich. Die Intervalle trennen sich im Jahr 1992. Die Detektionsvariable (beobachteter minus berechnetem natürlichen Temperaturverlauf) verläßt das natürliche Intervall seit 1937 häufig und liegt seit 1979 ständig außerhalb dieses Intervalls. Das anthropogene Intervall wird zu Beginn des Untersuchungszeitraum öfters verlassen, seit 1915 aber nur noch einmal (im Jahr 1976). Demzufolge läßt sich also mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 % sagen, daß das Klima der Nordhemisphäre vom Menschen verändert wurde.

Auf der Südhemisphäre ist das anthropogene Signal deutlicher zu sehen. Dies liegt einerseits an der kleineren Standardabweichung des natürlichen Rauschens, andererseits daran, daß der kühlende anthropogene Sulfateffekt dort nicht so ausgeprägt ist, wie auf

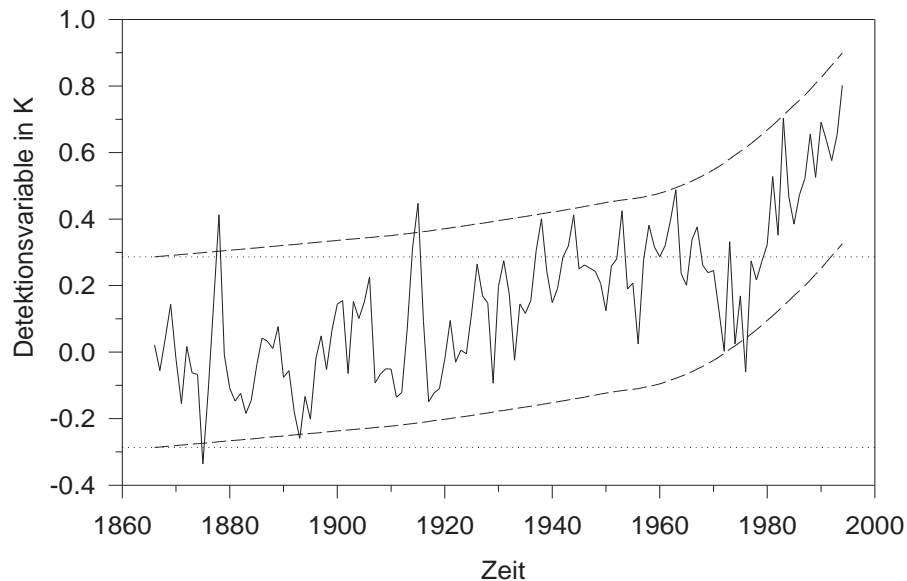


Abbildung 6.20: Detektionsvariable des anthropogenen Klimaeinflusses auf der Nordhemisphäre (zwischen 1866 und 1994), sowie dessen 95 %-Signifikanzgrenzen unter der Annahme eines anthropogenen Einflusses (gestrichelte Intervallgrenzen) und 95 %-Signifikanzgrenzen unter der Annahme keines anthropogenen Einflusses (gepunktete Intervallgrenzen).

der Nordhemisphäre. Aus diesen Gründen ist auf der Südhemisphäre ein Signifikanztest auf dem 99 %-Signifikanzniveau möglich. Das anthropogene 99 %-Intervall trennt sich im Jahr 1985 vom natürlichen 99 %-Intervall. Die Detektionsvariable verläßt das natürliche Intervall seit 1938 häufig und liegt seit 1977 ständig außerhalb. Das anthropogene 99 %-Intervall wird seit 1890 nicht mehr verlassen. Auf der Südhemisphäre läßt sich demzufolge die anthropogene Klimaveränderung mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 1 % zeigen.

6.2.5 Prognose des anthropogenen Einflusses

Da das Modell den beobachteten Temperaturverlauf von Nord- und Südhemisphäre bei Verwendung beider Parameterkombinationen gut erklären kann, liegt nun auch a posteriori kein Kriterium vor, das angibt, welche Kombination die Realität besser beschreibt. Deshalb müssen auch die Prognosen mit beiden Kombinationen durchgeführt werden. In den Tabellen 6.10 bis 6.12 sind die Prognosen für die drei Zeiträume von 1990 bis 2025, 2050 und 2084 angegeben.

Die Tabellen zeigen, daß die Wahl der Parameterkombination auch für Prognosen über mehrere Dekaden nur einen vernachlässigbar kleinen Unterschied von weniger als zwei

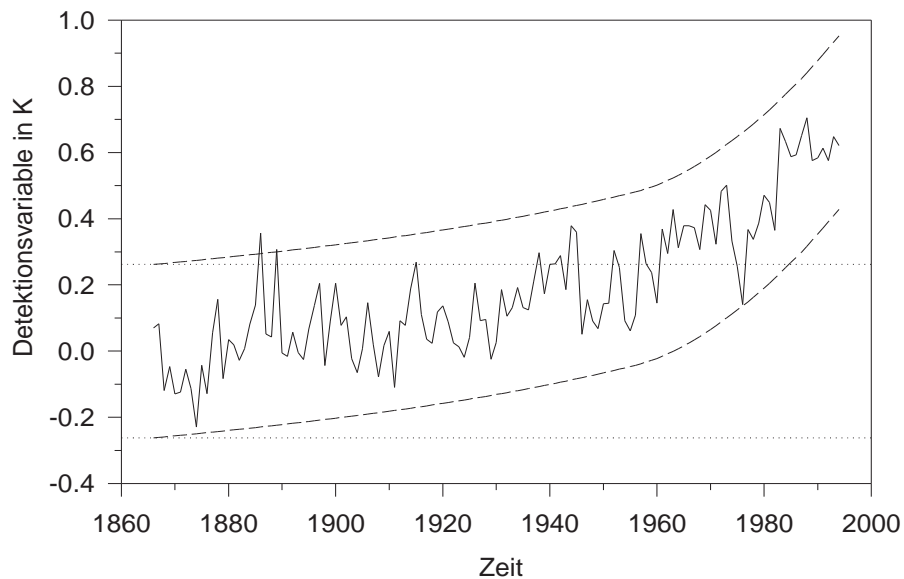


Abbildung 6.21: Detektionsvariable des anthropogenen Klimaeinflusses auf der Südhemisphäre (zwischen 1866 und 1994), sowie dessen 99 %-Signifikanzgrenzen unter der Annahme eines anthropogenen Einflusses (gestrichelte Intervallgrenzen) und 99 %-Signifikanzgrenzen unter der Annahme keines anthropogenen Einflusses (gepunktete Intervallgrenzen).

Hundertstel Kelvin ausmacht. Dies zeigt noch einmal eindrucksvoll, wie unsensibel das Modell gegenüber der ungenauen Kenntnis der Modellparameter ist. Betrachtet man Tabelle 6.12, so sieht man deutlich, daß über einen längeren Zeitraum (hier 95 Jahre) die Wirkung gleicher Antriebe auf der Südhemisphäre größer ist als auf der Nordhemisphäre. Dieser Unterschied ist bei dem degressiv steigenden CO_2 D-Antrieb stärker ausgeprägt als bei dem progressiv steigenden CO_2 A-Antrieb. Für letzteren Antrieb und kürzere Zeiten tritt dieser Effekt nicht deutlich hervor. Ein plausibler Grund dafür liegt darin, daß die Südhemisphäre wegen ihrer großen Ozeanbedeckung zwar träger ist als die Nordhemisphäre, d.h. einem Antrieb nur langsamer folgen kann, aber eine größere Klimasensitivität aufweist. Während auf der Nordhemisphäre $2.5 \frac{W}{m^2}$ benötigt werden, um die Temperatur um ein Grad Celsius zu erhöhen, reichen auf der Südhemisphäre bereits $2.3 \frac{W}{m^2}$ aus (s. Abschnitt 4.1.3). Daraus folgt, daß die Südhemisphäre zwar langsamer, aber auch stärker reagiert als die Nordhemisphäre. Bei einem progressiven Antrieb dominiert zunächst die Trägheit, während bei einem degressiven Antrieb die größere Sensitivität schnell an Bedeutung gewinnt.

Tabelle 6.10: Prognose des anthropogenen Einflusses auf die Hemisphärentemperaturen in Kelvin für den Zeitraum von 1990 bis 2025.

Einfluß	Temperaturprognose von 1990 bis 2025 in K			
	Nordhemisphäre		Südhemisphäre	
	Param. 1	Param. 2	Param. 1	Param. 2
anthrop. Sulfat	-.09	-.10	-.06	-.06
$CO_2 A$.80	.81	.81	.80
$CO_2 D$.48	.48	.50	.50
$CO_2 A$ und Sulfat	.70	.71	.75	.74
$CO_2 D$ und Sulfat	.39	.38	.44	.44

Tabelle 6.11: Prognose des anthropogenen Einflusses auf die Hemisphärentemperaturen in Kelvin für den Zeitraum von 1990 bis 2050.

Einfluß	Temperaturprognose von 1990 bis 2050 in K			
	Nordhemisphäre		Südhemisphäre	
	Param. 1	Param. 2	Param. 1	Param. 2
anthrop. Sulfat	-.19	-.19	-.11	-.11
$CO_2 A$	1.51	1.53	1.54	1.53
$CO_2 D$.71	.71	.75	.74
$CO_2 A$ und Sulfat	1.32	1.36	1.43	1.42
$CO_2 D$ und Sulfat	.52	.52	.63	.64

Tabelle 6.12: Prognose des anthropogenen Einflusses auf die Hemisphärentemperaturen in Kelvin für den Zeitraum von 1990 bis 2084.

Einfluß	Temperaturprognose von 1990 bis 2084 in K			
	Nordhemisphäre		Südhemisphäre	
	Param. 1	Param. 2	Param. 1	Param. 2
$CO_2 A$	2.48	2.49	2.54	2.53
$CO_2 D$.88	.87	.93	.94

Kapitel 7

Ausblick

Es ist gelungen, mit Hilfe eines linearen Energie-Bilanz-Modells und der Kenntnis der Heizratenanomalien verschiedener natürlicher und anthropogener Antriebe den Verlauf der globalen und hemisphärischen Temperaturanomalien der letzten 129 Jahre weitestgehend zu erklären. Zusätzlich konnte gezeigt werden, daß der anthropogene Einfluß das Klima signifikant verändert hat. Auf der Basis von Zukunftsszenarien konnte die Wirkung zukünftiger anthropogener Antriebe prognostiziert werden.

Für zukünftige Arbeiten bieten sich nun folgende Möglichkeiten:

Mit dem aus der EBM-Lösung abgeleiteten Zeitreihenfilter kann man jeden beliebigen externen Einfluß auf das globale Klima untersuchen. Es steht somit ein Werkzeug bereit, mit dem man jederzeit verschiedene Antriebshypothesen (z.B. der solaren Schwankungen, s. Kap 5.2) untereinander vergleichen kann.

Eine der wichtigsten Vorgaben dieser Arbeit war es, das Problem einer Überanpassung zu umgehen. Läßt man nun diese Vorgabe fallen, so kann man beliebige Zeitreihenfilter optimal an die Datenreihen anpassen. Aus der Güte der Anpassung kann man schließen, welcher Filter ausreichend ist, um den Temperaturverlauf aus den Antriebsdaten zu erklären. Aus den Koeffizienten der Zeitreihenfilter könnte man dann auf die physikalischen Parameter des dem Filter zugeordneten Energie-Bilanz-Modells schließen. Damit könnte man sehen, ob die Parameter aus der optimalen Anpassung physikalisch sinnvoll sind. Ziel wäre dann ein optimaler und physikalisch interpretierbarer Filter.

Nach der erfolgreichen Beschreibung der jährlichen und global- bzw. hemisphärisch gemittelten Temperaturzeitreihen erscheint es reizvoll, sowohl räumlich als auch zeitlich zu kleineren Skalen überzugehen. Wie in Kapitel 3 gezeigt wurde, ist dies nicht ohne theoretische und praktische Schwierigkeiten möglich. So gewinnt z.B. die allgemeine Zirkulation von Atmosphäre und Ozean (die in EBM's nicht berücksichtigt ist) bei kleineren Skalen immer mehr an Bedeutung. Auch die Ausstrahlung kann auf Skalen kleiner als Hemisphären nicht mehr linear zur bodennahen Lufttemperatur angesetzt werden (s. Abbildung 4.7). Es müssen dann zusätzliche Variablen (z.B. Bedeckungsgrad) mitberücksichtigt werden. Für diese Variablen müssen plausible makroskopische Ansätze gefunden werden und die darin enthaltenen Parameter sinnvoll aus Beobachtungen bestimmt werden. Angesichts dieser Schwierigkeiten ist es allerdings fraglich, ob sich der Aufwand lohnt, EBM's zur Datenanalyse auf kleineren Skalen zu entwickeln.

Literaturverzeichnis

- Ardanuy, P.E., H. Lee Kyle und D. Hoyt, 1992: Global Relationships among the Earth's Radiation Budget, Cloudiness, Volcanic Aerosols, and Surface Temperature. *J. Clim.*, 5, 1120-1139.
- Arking, A., 1991: The Radiative Effects of Clouds and their Impact on Climate. *Bull. Am. Met. Soc.*, 71, 795-813.
- Arntz, W.E. und E. Fahrbach, 1991: El Niño. Klimaexperiment der Natur. Birkhäuser, Basel.
- Arrowsmith, D.K. und C.M. Place, 1994: Dynamische Systeme. Spektrum Verlag, Heidelberg.
- Augustsson, T. und V. Ramanathan, 1977: A Radiative-Convective Model Study of the CO_2 Climate Problem. *J. Atmos. Sci.*, 34, 448-451.
- Barnola, J.M., D. Raynaud, Y.S. Korotkevich und C. Lorius, 1987: Vostok ice core provides 160,000-year record of atmospheric CO_2 . *Nature*, 329, 408-414.
- Bayer, D., 1989: Einfache mathematische Modelle zur Beschreibung globaler Klimaänderungen, Diplomarbeit, Institut für Meteorologie und Geophysik, Universität Frankfurt.
- Bayer, D., 1991: Logarithmische Beziehungen zwischen atmosphärischer CO_2 -Konzentration und bodennaher Lufttemperatur. Unveröffentlicht.
- Berckhemer, H., 1990: Grundlagen der Geophysik. Wissenschaftliche Buchgesellschaft. Darmstadt.
- Betts, A.K., 1990: Greenhouse warming and the tropical water budget. *Bull. Am. Met. Soc.*, 71, 1464-1465.
- Boden, T.A., D.P. Kaiser, R.J. Sepanski und F.W. Stoss (eds.): Trends '93: A Compendium of Data on Global Change. ORNL/CDIAC-65. Carbon Dioxide Information Center, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tenn., U.S.A.
- Bosch, K., 1987: Elementare Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Friedr. Vieweg Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig.
- Bosch, K., 1987: Elementare Einführung in die angewandte Statistik. 4. Auflage. Friedr. Vieweg und Sohn. Braunschweig und Wiesbaden.
- Box, G.E.P. und G.M. Jenkins, 1976: Time series analysis: Forecasting and Control. Holden-Day.
- Bradley, R.S., 1988: The explosive volcanic eruption signal in northern hemisphere continental temperature records. *Clim. Change*, 12, 221-243.
- Bretherton, F.P., K. Bryan und J.D. Woods, 1990: Time-Dependent Greenhouse-Gas-Induced Climate Change. In: Houghton, J.T., G.J. Jenkins und J.J. Ephraums (eds.), 1990: Climate Change, The IPCC Scientific Assessment. Cambridge University Press, Cambridge.
- Bryan, K., 1991: Poleward heat transport in the ocean. *Tellus*, 43 AB, 104-115.
- Budyko, M.I., 1969: The effect of solar radiation variations on the climate of the Earth. *Tellus*, XXI, 611-619.

- Cahalan, R.F. und G.R. North, 1979: A Stability Theorem for Energy-Balance Climate Models. *J. Atmos. Sci.*, 36, 1178-1188.
- Charlson, R.J., J.E. Lovelock, M.O. Andreae und S.G. Warren, 1987: Oceanic phytoplankton, atmospheric sulphur, cloud albedo and climate, *Nature*, 326, 655-661.
- Charlson, R.J., S.E. Schwartz, J.M. Hales, R.D. Cess, J.A. Coakley, Jr., J.E. Hansen und D.J. Hofmann, 1992: Climate Forcing by Anthropogenic Aerosols. *Science*, 255, 423-430.
- Chou, S.-H., R. Curran und G. Ohring, 1981: The Effects of Surface Evaporation Parameterizations on Climate Sensitivity to Solar Constant Variations. *J. Atmos. Sci.*, 38, 931-938.
- Chylek, P. und J.A. Coakley, JR., 1975: Analytical Analysis of a Budyko-Type Climate Model. *J. Atmos. Sci.*, 32, 675-679.
- Cess, R.D., G.L. Potter, J.P. Blanchet, G.J. Boer, A.D. Del Genio, M. Deque, V. Dymnikov, V. Galin, W.L. Gates, S.J. Ghan, J.T. Kiehl, A.A. Lacis, H. Le Treut, Z.-X. Li, X.-Z. Liang, B.J. McAvaney, V.P. Meleshko, J.F.B. Mitchell, J.-J. Morcrette, D.A. Randall, L. Rikus, E. Roeckner, J.F. Royer, U. Schlese, D.A. Sheinin, A. Slingo, A.P. Sokolov, K.E. Taylor, W.M. Washington, R.T. Wetherald, I. Yagai und M.-H. Zhang, 1990: Intercomparison and Interpretation of Climate Feedback Processes in 19 Atmospheric General Circulation Models. *J. Geoph. Res.*, 95, D10, 16,601-16,615.
- Cess, R.D., M.-H. Zhang, G.L. Potter, H.W. Barker, R.A. Colman, D.A. Dazlich, A.D. Del Genio, M. Esch, J.R. Fraser, V. Galin, W.L. Gates, J.J. Hack, W.J. Ingram, J.T. Kiehl, A.A. Lacis, H. Le Treut, Z.-X. Li, X.-Z. Liang, J.-F. Mahfouf, B.J. McAvaney, V.P. Meleshko, J.-J. Morcrette, D.A. Randall, E. Roeckner, J.F. Royer, A.P. Sokolov, P.V. Sporyshev, K.E. Taylor, W.-C. Wang, R.T. Wetherald, 1993: Uncertainties in Carbon Dioxide Radiative Forcing in Atmospheric General Circulation Models. *Science*, 262, 1252-1255.
- Coakley, J.A., JR, 1979: A Study of Climate Sensitivity Using a Simple Energy Balance Model. *J. Atmos. Sci.*, 36, 260-269.
- Cress, A., 1987: Statistische Analyse des Zusammenhangs zwischen Vulkanismus und Klima seit 1100 n. Chr. Diplomarbeit. Universität Frankfurt.
- Cubasch, U., B.D. Santer, E. Maier-Reimer und M. Böttger, In E.J. Pitcher (ed.) 1990: Science and Engineering on Supercomputers. Springer Verlag, Berlin, 347-352.
- Cubasch, U., K. Hasselmann, H. Höck, E. Maier-Reimer, U. Mikolajewicz, B.D. Santer und R. Sausen, 1991: Time-dependent greenhouse warming computations with a coupled Ocean-atmosphere model. MPI-Report no. 67. Hamburg.
- Cubasch, U., 1994: Dynamisch-stochastische Vorhersage-Experimente mit Modellen der allgemeinen Zirkulation für einen Zeitraum von 10 Tagen bis 100 Jahren. MPI Examensarbeit Nr. 19, Hamburg.
- Cubasch, U., B.D. Santer, A. Hellbach, G. Hegerl, H. Höck, E. Maier-Reimer, U. Mikolajewicz, A. Stössel und R. Voss, 1994: Monte Carlo climate change forecasts with a global coupled ocean atmosphere model. *Clim. Dyn.*, 10, 1-19.
- Cubasch, U., G.C. Hegerl, A. Hellbach, H. Höck, U. Mikolajewicz, B.D. Santer und R. Voss, 1995: A climate change simulation starting from 1935. *Clim. Dyn.* 11, 71-84.
- Cubasch, U., J. Waszewitz, G. Hegerl und J. Perlwitz, 1995: Regional climate changes as simulated in time-slice experiments. MPI-Report No. 153. Hamburg.
- Dickinson, R.E., 1981: Convergence Rate and Stability of Ocean-Atmosphere Coupling Schemes with a Zero-Dimensional Climate Model. *J. Atm. Sci.*, 38, 2112-2120.
- Dignon J. und S. Hameed, 1995: Fossil fuel emissions of nitrogen and sulfur oxides. In Vorbereitung.

- Drazin, P.G. und D.H. Griffel, 1977: On the Branching Structure of Diffusive Climatological Models. *J. Atmos. Sci.*, 34, 1696-1706.
- Ebeling, W. und R. Feistel, 1982: *Physik der Selbstorganisation und Evolution*. Akademie-Verlag, Berlin.
- Ebeling, W., H. Engel und H. Herzel, 1990: *Selbstorganisation in der Zeit*, Akademie-Verlag, Berlin.
- Essex, C., 1991: What Do Climate Models Tell Us About Global Warming. *Pageoph*, 135, 125-135.
- Etling, D., M. Hantel, H. Kraus und C.-D. Schönwiese, 1991: *Klimatologie*, in: Landolt-Börnstein, Neue Serie V 4c, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo.
- Feigenbaum, M., 1978: Quantitative Universality for a Class of Nonlinear Transformations, *J. Statist. Phys.* 19, 25-52.
- Fortak, H.G., 1979: Entropy and climate. *Developement in Atmospheric Science* 10, 1.
- Foukal P.V. und J. Lean, 1990: An empirical model of total solar irradiance variation between 1874 and 1988. *Science* 247, 556-558.
- Fraedrich, K., 1978: Structural and stochastic analysis of a zero-dimensional climate system. *Quart. J. R. Met. Soc.*, 104, 461-474.
- Fraedrich, K., 1980: Einfache Klima-Modelle, in *Promet (1/2 80): Klimamodelle*, Deutscher Wetterdienst Offenbach.
- Fraedrich, K., 1987: Estimating Weather and Climate Predictability on Attractors. *J. Atmos. Sci.*, 44, 722-728.
- Frankignoul, C. und K. Hasselmann, 1977: Stochastic climate models, Part II, Application to sea-surface temperature anomalies and thermocline variability. *Tellus*, 29, 289-305.
- Friis-Christensen, E. und K. Lassen, 1991: Length of the Solar Cycle: An Indicator of Solar Activity Closely Associated with Climate, *Science*, 254, 698-700.
- Galloway, J.N., G.E. Likens und M.E. Hawley, 1984: Acid deposition: Natural versus anthropogenic sources. *Science*, 226, 829-831
- Genthon, C., J.M. Barnola, D. Raynaud, C. Lorius, J. Jouzel, N.I. Barkov, Y.S. Korotkevich und V.M. Kotlyakov, 1987: Vostok ice core: climatic response to CO_2 and orbital forcing changes over the last climatic cycle. *Nature*, 329, 414-418.
- Gilliland, R.L., 1982: Solar, Volcanic and CO_2 -Forcing of Recent Climatic Changes. *Climatic Change* 4, 111-131.
- Griffel, D.H. und P.G. Drazin, 1981: On diffusive climatological models. *J. Atmos. Sci.*, 38, 2327-2332.
- Gunst, R.F., S. Basu und R. Brunell, 1993: Defining and Estimating Global Mean Temperature Anomalies. *J. Clim.*, 6, 1368-1374.
- Haidvogel, D.B. und F.O. Bryan, 1992: Ocean general circulation modeling. In: *Climate System Modeling*, ed. Trenberth, K.E. Cambridge University Press.
- Haken, H. (1990): *Synergetik, eine Einführung*, 3. erw. Auflage. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, Hong Kong.
- Haken, H. (1991): *Die Selbststrukturierung der Materie*. Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft, Braunschweig.
- Hansen, J.A. Lacis, D. Rind, G. Russel, P. Stone, I. Fung, R. Ruedy und J. Lerner, 1984: Climate sensitivity: Analysis of feedback mechanisms. *Climate Processes and Climate Sensitivity*. J.E. Hansen und T. Takahashi, Eds., AGU, 130-163. *Geophys. Monogr. Ser.*, 29.

- Hansen, J., G. Russell, A. Lacis, I. Fung und D. Rind, 1985: Climate Response Times: Dependence on Climate Sensitivity and Ocean Mixing. *Science*, 229, 857-859.
- Hansen, J., A. Lacis, R. Ruedy, M. Sato und H. Wilson, 1993: How sensitive is the worlds climate?, *Res. Explor.*, 9, 142-158.
- Harvey, L.D.D. und S.H. Schneider, 1985: Transient Climate Response to External Forcing on $10^0 - 10^4$ Year Time Scales, Part 1: Eperiments With Globally Averaged, Coupled, Atmosphere and Ocean Energy Balance Models. *JGR* 90, 2191-2205.
- Hasselmann, K., 1976: Stochastic climate models, Part I, Theory. *Tellus*, XXVII, 473-485.
- Hasselmann, K., 1993: Optimal fingerprints for the Detection of Time dependent Climate Change. *J. Climate*, 6, 1957-1971.
- Hasselmann, K., R. Sausen, E. Maier-Reimer und R. Voss, 1993: On the cold start problem in transient simulations with coupled atmosphere-ocean models. *Clim. Dyn.*, 9, 53-61.
- Hegerl, G.C., H.v. Storch, K. Hasselmann, B.D. Santer, U. Cubasch und P.D. Jones, 1994: Detecting Anthropogenic Climate Change with an Optimal Fingerprint Method. MPI Report 142, MPI für Meteorologie Hamburg, Hamburg.
- Heisenberg, W., 1973: *Der Teil und das Ganze*. (9. Auflage 1985), DTB Verlag München
- Henderson-Sellers, A., 1983: *The Origin and Evolution of Planetary Atmospheres*. Monographs on Astronomical Subjects: 9. Adam Hilger Ltd., Bristol.
- Hoffert, M.I. und B.P. Flannery, 1985: Model projections of the time-dependent response to increasing carbon dioxide. In *Projecting the Climatic Effects of Increasing Carbon Dioxide*, (eds. MacCracken, M. C., and Luther, F. M.) U.S. Department of Energy, Carbon Dioxide Research Division, Washington, DC, pp. 149-190.
- Hoffert, M.I. und C. Covey, 1992: Deriving global climate sensitivity from palaeoclimate reconstructions. *Nature*, 360, 573-576.
- Hoffert, M.I. und C. Covey, 1993: Reply to Lindzen, 1993. *Nature*, 363, 26.
- Hofmann, D.J. und J.M. Rosen, 1984: On the Temporal Variation of Stratospheric Aerosol Size and Mass During the First 18 Months Following the 1982 Eruptions of El Chichon. *J. Geoph. Res.* , 89, D3, 4883-4890.
- Holton, J.R., P.H. Haynes, M.E. McIntyre, A.R. Douglass, R.B. Rood und L. Pfister, 1995: Stratosphere-Troposphere Exchange. *Rev. of Geoph.*, 33, 4, 403-439.
- Honerkamp, J. 1990: *Stochastische dynamische Systeme*. Verlag Chemie, Weinheim, Basel, Cambridge, New York .
- Hou, A.Y., 1993: The Influence of Tropical Heating Displacements on the Extratropical Climate. *J. Atm. Sci.*, 50, 3553-3570.
- Houghton, J.T., G.J. Jenkins und J.J. Ephraums (eds.), 1990: *Climate Change, The IPCC Scientific Assessment*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Houghton, J.T., B.A. Callander und S.K. Varney (eds.), 1992: *Climate Change 1992, The supplementary report to the IPCC scientific assessment*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Houghton, J.T., L.G. Meira Filho, B.A. Callandar, N. Harris, A. Kattenberg und K. Maskell (eds.), 1996: *Climate Change 1995, The Science of Climate Change*, Univ. Press, Cambridge.
- Hoyt, D.V. und A. Eddy, 1982: *An Atlas of Variations in the Solar Constant Caused by Sunspot Blocking and Facular Emissions from 1874-1981*. National Center for Atmospheric Research, Boulder, Publ. Nr. TN 194 + STR.
- Hoyt, D.V. und K.H. Schatten, 1993: A Discussion of Plausible Solar Irradiance Variations, 1700-1992. *JGR*, 98, 18,895-18,906.

- IPCC, 1990: siehe Houghton et al., 1990.
- IPCC, 1994: Radiative Forcing of Climate Change, The 1994 Report of the Scientific Assessment Working Group of IPCC, Summary for Policymakers, WMO
- IPCC, 1996: siehe Houghton et al., 1996.
- Jetschke, G., 1989: Mathematik der Selbstorganisation. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin.
- Jones, P.D., 1988: The influence of ENSO on global temperatures. *Climate Monitor* 17(3), 80-89.
- Jones, P.D., T.M.L. Wigley und K.R. Briffa, 1994: Global and hemispheric temperature anomalies - Land and marine instrumental records. Seiten 603 - 608. In T.A. Boden, D.P. Kaiser, R.J. Sepanski und F.W. Stoss (eds), *Trends '93: A Compendium of Data on Global Change*. ORNL/CDIAC-65. Carbon Dioxide Information Analysis Center, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tenn., U.S.A.
- Jones, P.D., 1996: persönliche Mitteilung
- Kalman, R.E., 1960: A new approach to linear filtering and prediction problems. *Trans. ASME D*, 82, 35-45.
- Källen, E., C. Crafoord und M. Ghil, 1979: Free Oscillations in a Climate Model with Ice-Sheet Dynamics. *J. Atmos. Sci.*, 36, 2292-2303.
- Keeling, C.D. und T.P. Whorf, 1994: Atmospheric CO_2 records from sites in the SIO air sampling network. Seiten 16 - 26. In T.A. Boden, D.P. Kaiser, R.J. Sepanski und F.W. Stoss (eds), *Trends '93: A Compendium of Data on Global Change*. ORNL/CDIAC-65. Carbon Dioxide Information Analysis Center, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tenn., U.S.A.
- Kiehl, J.T., 1992: Atmospheric general circulation modeling. In: K.E. Trenberth: *Climate System Modeling*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Kiehl, J.T. und B.P. Briegleb, 1993: The Relative Roles of Sulfate Aerosols and Greenhouse Gases in Climate Forcing. *Science*, 260, 311-314.
- Kippenhahn, R., 1990: *Der Stern, von dem wir leben*. DVA, Stuttgart.
- Kirchner, I., 1994: Der Einfluß vulkanischen Aerosols und simultaner Temperaturanomalien der tropischen Meeresoberfläche (El Nino) auf das Klimasystem. MPI Examensarbeit Nr. 21. Hamburg.
- Lacis, A., J. Hansen und M. Sato, 1992: Climate forcing by stratospheric aerosols, *Geophys. Res. Lett.*, 19, 1607-1610.
- Lamb, H.H., 1970: Volcanic dust in the atmosphere, with a chronology of assessments of its meteorological significance, *Philos. Trans. R. Soc. London A*, 266, 425-533.
- Lamb, H.H., 1977: Supplementary volcanic dust veil index assessments, *Clim. Monit.*, 6, 57-67.
- Lamb, H.H., 1983: Update of the chronology of assessments of the volcanic dust veil index, *Clim. Monit.*, 12, 79-90.
- Landscheidt, T., 1983: Persönliche Mitteilung.
- Landscheidt, T., 1988: Solar Rotation, Impulses of the Torque in the Sun's Motion, and Climatic Variation. *Climatic Change*, 12, 265-295.
- Lange, H.J., 1993: Die Chaostheorie und ihre Relevanz in der Meteorologie. *Promet* 4, 93. Deutscher Wetterdienst.
- Latif, M., T.P. Barnett, M.A. Cane, M. Flügel, N.E. Graham, H. von Storch, J.-S. Xu und S.E. Zebiak, 1994: A review of ENSO prediction studies. *Climate Dynamics*, 9, 167-179.
- Latif, M., A. Groetzner, M. Münnich, E. Maier-Reimer, S. Venke, T.P. Barnett, 1996: A mechanism for decadal climate variability. MPI-Report No. 187. Hamburg.

- Lebedeff, S.A., 1988: Analytical Solution of the Box Diffusion Model for a Global Ocean. *J. Geoph. Res.*, 93, D11, 14243-14255.
- Lee, R.B. et al., 1988: Earth radiation budget satellite extraterrestrial solar constant measurements: 1986-1987 increasing trend. *Adv. Space Res.*, 8, 11-13.
- Lee, R.B., 1990: Persönliche Mitteilung.
- Lemke, P., 1977: Stochastic climate models, Part 3, Application to zonally averaged energy models. *Tellus*, 29, 385-392.
- Liljequist, G. und K. Cihak, 1979: *Allgemeine Meteorologie*. Friedrich Vieweg & Sohn. Braunschweig.
- Lin, C.A., 1978: The Effect of Nonlinear Diffusive Heat Transport in a Simple Climate Model. *J. Atm. Sci.*, 35, 337-340.
- Lindzen, R.S. und B. Farrell, 1977: Some Realistic Modifications of Simple Climate Models. *J. Atm. Sci.*, 34, 1487-1501.
- Lindzen, R.S. und B. Farrell, 1981: The Role of Polar Regions in Global Climate, and a New Parameterization of Global Heat Transport. *Mon. Wea. Rev.*, 108, 2064-2079.
- Lindzen, R.S. und A.Y. Hou, 1988: Hadley Circulations for Zonally Averaged Heating Centered off the Equator. *J. Atm. Sci.*, 45, 2416-2427.
- Lindzen, R.S., 1990: Some Coolness Concerning Global Warming. *Bull. Am. Met. Soc.*, 71, 288-299.
- Lindzen, R.S., 1990: Response to Betts, Alan K., 1990. *Bull. Am. Met. Soc.*, 71, 1465-1467.
- Lindzen, R.S., 1993: Palaeoclimate sensitivity. *Nature*, 363, 25-26.
- Lindzen, R.S., 1994: Climate Dynamics and Global Change. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 26, 353-378.
- Li Peng, Ming-Dah Chou und Albert Arking, 1982: Climate Studies with a Multi-Layer Energy Balance Model. Part I: Model Description and Sensitivity to the Solar Constant. *J. Atm. Sci.*, 39, 2639-2656.
- Liu, W.T., K.B. Katsaros und J.A. Businger, 1979: Bulk Parameterization of Air-Sea Exchanges of Heat and Water Vapor Including the Molecular Constraints at the Interface. *J. Atm. Sci.*, 36, 1722-1735.
- Lorenz, E.N., 1963: Deterministic Nonperiodic Flow. *J. Atmos. Sci.*, 20, 130-141.
- Lorenz, E.N., 1964: The problem of deducing the climate from the governing equations. *Tellus*, XVI, 1-11.
- Lorenz, E.N., 1984: Irregularity a fundamental property of the atmosphere. *Tellus*, 36 A, 98-110.
- Lorenz, E.N., 1990: Can chaos and intransitivity lead to interannual variability? *Tellus*, 42 A, 378-389.
- Lotka, A.J., 1952: *Elements of Physical Biology*. Baltimore. Nachdruck unter dem Titel "Elements of Mathematical Biology". New York 1956.
- Lovelock, J., 1988: *The Ages of Gaia. A Biography of Our Living Earth*. W.W. Norton & Co., New York/London.
- Manabe, S. und R.T. Wetherald, 1967: Thermal Equilibrium of the Atmosphere with a Given Distribution of Relative Humidity. *J. Atmos. Sci.*, 24, 241-259.
- Manabe, S. und K. Bryan, 1969: Climate Calculations with a Combined Ocean-Atmosphere Model. *J. Atmos. Sci.*, 26, 786-789.
- Masuda, K., 1988: Meridional heat transport by the atmosphere and the ocean: analysis of FGGE data. *Tellus*, 40A, 285-302.

- McCormick, M.P., 1994: SAM II Aerosol data. NASA Langley Research Center. Mail Stop 157B. Hampton, Virginia 23681-0001. USA.
- Ming-Dah Chou, Li Peng und Albert Arking, 1982: Climate Studies with a Multi-Layer Energy Balance Model. Part II: The Role of Feedback Mechanisms in the CO₂ Problem. *J. Atm. Sci.*, 39, 2657-2666.
- Mitchell, J.M., Jr., 1970: A preliminary evaluation of atmospheric pollution as a cause of the global temperature fluctuation of the past century, in *Global Effects of Environmental Pollution*, herausgegeben von S. F. Singer, 139-155, D. Reidel Verlag.
- Mitchell, J.F.B., S. Manabe, V. Meleshko und V. Tokioka, 1990: Equilibrium climate change - and its implications for the future. In Houghton, J.T., G.J. Jenkins und J.J. Ephraums (eds.) 1990: *Climate Change. The IPCC Scientific Assessment*. Cambridge University Press, 131-172.
- Möller, F. und S. Manabe, 1961: Über das Strahlungsgleichgewicht der Atmosphäre. *Zeitschrift für Meteorologie*, 15, 3-8.
- Monin, A.S., 1986: *An Introduction to the Theory of Climate*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht.
- Morantine, M. und R.G. Watts, 1990: Upwelling Diffusion Climate Models: Analytical Solutions for Radiative and Upwelling Forcing. *J. Geoph. Res.*, 95, D6, 7563-7571.
- Neftel, A., E. Moor, H. Oeschger und B. Stauffer, 1985: Evidence from polar ice cores for the increase in atmospheric CO₂ in the past two centuries. *Nature*, 315, 45-47.
- Nicolis, C. und G. Nicolis, 1981: Stochastic aspects of climatic transitions- Additive fluctuations. *Tellus*, 33, 225-234.
- Nicolis, C., 1982: Stochastic aspects of climatic transitions- response to a periodic forcing. *Tellus*, 34, 1-9.
- Nicolis, C., 1984a: Self-oscillations and predictability in climate dynamics. *Tellus*, 36 A, 1-10.
- Nicolis, C., 1984b: Self-oscillations and predictability in climate dynamics - periodic forcing and phase locking. *Tellus*, 36 A, 217-227.
- Nicolis, C., 1987: Long-term climatic variability and chaotic dynamics. *Tellus* 39 A, 1-9.
- Nicolis, C., 1990: Chaotic dynamics, Markov processes and climate predictability. *Tellus*, 42 A, 401-412.
- Nicolis, G. und I. Prigogine, 1987: *Die Erforschung des Komplexen*, Piper, München, Zürich.
- North, G.R., 1975a: Analytical Solution to a Simple Climate Model with Diffusive Heat Transport. *J. Atmos. Sci.*, 32, 1301-1307.
- North, G.R., 1975b: Theory of Energy-Balance Climate Models. *J. Atmos. Sci.*, 32, 2033-2043.
- North, G.R. und J.A. Coakley, Jr., 1979: Differences between Seasonal and Mean Annual Energy Balance Model Calculations of Climate and Climate Sensitivity. *J. Atm. Sci.*, 36, 1189-1204.
- North, G.R. und R.F. Cahalan, 1981: Predictability in a Solvable Stochastic Climate Model. *J. Atmos. Sci.*, 38, 504-513.
- North, G.R., 1984: The Small Ice Cap Instability in Diffusive Climate Models. *J. Atmos. Sci.*, 41, 3390-3395.
- North, G.R., J.G. Mengel und D.A. Short, 1984: On The Transient Response Patterns Of Climate To Time Dependent Concentrations Of Atmospheric CO₂. In: *Climate Processes and Climate Sensitivity*, Eds. Hansen, J. E. und Takahashi, T., *Geoph. Monogr.*, 29, American Geophysical Union, Washington, D. C.
- North, G.R., 1988: Lessons from Energy Balance Models. In: M. E. Schlesinger: *Physically-Based Modelling and Simulation of Climate and Climate Change - Part II*, 627-651. Kluwer Academic Publishers.

- Paltridge, G.W. und C.M.R. Platt, 1976: Radiative processes in meteorology and climatology. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, Oxford, New York.
- Parker, D.E., C.K. Folland und M. Jackson, 1995: Marine surface temperature: observed variations and data requirements. *Clim. Chang.*, 31, 559-600.
- Peixoto, J.P. und A.H. Oort, 1992: *Physics of Climate*, American Institut of Physics, New York.
- Penner, J.E., R.E. Dickinson und C.A. O'Neill, 1992: Effects of Aerosol from Biomass Burning on the Global Radiation Budget. *Science*, 256, 1432-1433.
- Plumb R.A., 1996: A tropical pipemodel of stratospheric transport. *JGR*, 101, D2, 3957-3972.
- Prigogine, I., 1988: *Vom Sein zum Werden*. R. Piper & Co. Verlag. München.
- Prigogine, I. und I. Stengers, 1981: *Dialog mit der Natur*, Piper, München.
- Prigogine, I. und I. Stengers, 1993: *Das Paradox der Zeit*. Piper, München, Zürich.
- Press, W.H., B.P. Flannery, S.A. Teukolsky und W.T. Vetterling, 1989: *Numerical Recipes*, Cambridge University Press, Cambridge, New York, Port Chester, Melbourne, Sydney.
- Ramanathan, V., 1976: Radiative Transfer Within the Earth's Troposphere and Stratosphere: A Simplified Radiative-Convective Model. *J. Atm. Sci.*, 33, 1330-1346.
- Ramanathan, V., 1981: The Role of Ocean-Atmosphere Interactions in the CO₂ Climate Problem. *J. Atmos. Sci.*, 38, 918-930.
- Ramanathan, V., B.R. Barkstrom und E.F. Harrison, 1989: Climate And The Earth's Radiation Budget. *Physics Today*, 22-32.
- Randall, D.A., R.D. Cess, J.P. Blanchet, G.J. Boer, D.A. Dazlich, A.D. Del Genio, M. Deque, V. Dymnikov, V. Galin, S.J. Ghan, A.A. Lacis, H. Le Treut, Z.-X. Li, X.-Z. Liang, B.J. McAvaney, V.P. Meleshko, J.F.B. Mitchell, J.-J. Morcrette, G.L. Potter, L. Rikus, E. Roeckner, J.F. Royer, U. Schlese, D.A. Shenin, J. SLingo, A.P. Sokolov, K.E. Taylor, W.M. Washington, R.T. Wetherald, I. Yagai und M.-H. Zhang, 1992: Intercomparison and Interpretation of Surface Energy Fluxes in Atmospheric General Circulation Models. *J. Geoph. Res.*, 97, D4, 3711-3724.
- Rapp, J. und C.-D. Schönwiese, 1995: *Atlas der Niederschlags- und Temperaturtrends in Deutschland 1891-1990*. Frankfurter Geowissenschaftliche Arbeiten, Serie B: Meteorologie und Geophysik, Band 5.
- Rasch, P.J. und D.L. Williamson, 1990: Computational aspects of moisture transport in global models of the atmosphere. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 116, 1071-1090.
- Raval, A. und V. Ramanathan, 1989: Observational determination of the greenhouse effect. *Nature*, 342, 758-761.
- Rind, D., E.-W. Chiou, W. Chu, J. Larsen, S. Oltmans, J. Lerner, M.P. McCormick und L. McMaster, 1991: Positive water vapour feedback in climate models confirmed by satellite data. *Nature*, 349, 500-502.
- Robock, A., 1981: The Mount St. helens volcanic eruption of 18 May 1980: Minimal climatic effect, *Science*, 212, 1383-1384.
- Robock, A., 1983: The dust cloud of the century, *Nature*, 301, 373-374.
- Robock, A. und M. P. Free, 1995: Ice cores as an index of global volcanism from 1850 to the present, *JGR*, 100, D6, 11549-11567.
- Rodhe, H., 1976: An atmospheric sulphur budget for NW Europe. In B.H. Svensson and R. Soderlund (eds.): *Nitrogen, Phosphorus and Sulphur-Global Cycles*, SCOPE Report 7, Ecol. Bull. (Stockholm) 22, 123-134.
- Rohe, K.-H., 1983: *Elektronik für Physiker*. B.G. Teubner, Stuttgart.

- Rosenlof, K.H. und J.R. Holton, 1993: Estimates of the stratospheric residual circulation using the downward control principle. *JGR*, 98,10, 465-479.
- Santer, B.D., W. Brüggemann, U. Cubasch, K. Hasselmann, H. Höck, E. Maier-Reimer und U. Mikolajewicz, 1994: Signal-to-noise analysis of time-dependent greenhouse warming experiments, Part 1: pattern analysis. *Clim. Dyn.*, 9, 267-285.
- Sarachik, E. S., 1985: A Simple Theory for the Vertical Structure of the Tropical Atmosphere. *Pageoph*, 123, 261-271.
- Sato, M., J.E. Hansen, M.P. McCormick und J.B. Pollack, 1993: Stratospheric Aerosol Optical Depths, 1850-1990. *Journal of Geoph. Research*, Vol 98, D12, 22.987-22.994.
- Schlittgen, R. und B.H.J. Streitberg, 1994: *Zeitreihenanalyse* (5. Auflage). R. Oldenbourg Verlag München.
- Schmitt, U., 1995: persönliche Mitteilung.
- Schneider, S.H., 1986: A Goddess of the Earth?: The Debate on the Gaia Hypothesis - An Editorial. *Clim. Change*, 8, 1-4.
- Schönwiese, C.-D., 1986: The CO_2 Climate response problem. A statistical approach. *Theo. Appl. Clim.*, 37, 1-14.
- Schönwiese, C.-D., 1987: Observational Assessments of Hemispheric and Global Climate Response to Increasing Greenhouse Gases. *Contributions to Atmospheric Physics*, 60, 1, 48-64.
- Schönwiese, C.-D., 1988: Volcanic activity parameters and volcanism-climate relationships within recent centuries. *Atmosfera*, 1, 141-156.
- Schönwiese, C.-D., P. Bissolli, W. Birrong und R. Ullrich, 1990: Anthropogene, klimawirksame Spurengase. Mengen, Wirkung, Folgen, Gegenmaßnahmen. *Klimatologische Aspekte. Berichte des Instituts für Meteorologie und Geophysik der Universität Frankfurt/Main*, Nr. 87. Eigenverlag des Instituts.
- Schönwiese, C.-D. und U. Stähler, 1991: Multiforced statistical assessments of greenhouse-gas-induced surface air temperature change 1890-1985. *Clim. Dyn.*, 6, 23-33.
- Schönwiese, C.-D., 1992: *Praktische Statistik für Meteorologen und Geowissenschaftler* (2. Aufl.). Gebr. Bornträger. Berlin, Stuttgart.
- Schönwiese, C.-D., 1994: *Klimatologie*. UTB, Stuttgart.
- Schönwiese, C.-D., R. Ullrich, F. Beck und J. Rapp, 1994: Solar Signals In Global Climatic Change. *Climatic Change*, 27, 259-281.
- Schuster, H.G., 1989: *Deterministic Chaos*. VCH Verlagsgesellschaft, Weinheim.
- Sellers, W.D., 1969: A Global Climatic Model Based on the Energy Balance of the Earth-Atmosphere System. *J. Appl. Met.*, 8, 392-400.
- Sellers, W.D., 1976: A Two-Dimensional Global Climatic Model. *Mon. Wea. Rev.*, 104, 233-248.
- Shine, K.P., Derwest, R.G., Wuebbles, D.J. und J.J. Morcrette, 1990: Radiative forcing to climate. In: Houghton, J.T., G.J. Jenkins und J.J. Ephraums (eds.), 1990: *Climate Change, The IPCC Scientific Assessment*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Siebert, B., 1995: *Statistische Analyse von vulkanisch-klimatologischen Zusammenhängen*. Diplomarbeit. Institut für Meteorologie und Geophysik, Universität Frankfurt.
- Siebert, L., 1993: Persönliche Mitteilung.
- Simkin, T., L. Siebert, L. McClelland, D. Bridge, C. Newhall und J.H. Latter, 1981: *Volcanoes of the World*. Hutchinson Ross Publishing Company. Stroudsburg. Pennsylvania.
- Smith, M., 1993: *Neural Networks for Statistical Modeling*. Van Nostrand Reinhold, New York, 235 Seiten.

- Stone, P.H., 1972: A Simplified Radiative-Dynamical Model for the Static Stability of Rotating Atmospheres. *J. Atmos. Sci.*, 29, 405-418.
- Stone, P.H., 1973: The Effect of Large-Scale Eddies on Climate Change. *J. Atmos. Sci.*, 30, 521-529.
- Stone, P.H. und J.S. Risbey, 1990: On The Limitations Of Circulation Climate Models. *Geoph. Res. Let.*, 17, 2173-2176.
- Storch, J.-S. von, 1994: Interdecadal variability in a global coupled model. MPI-Report No. 125. Hamburg.
- Stull, R., 1984: Transient turbulence theory. Part 1: the concept of eddy mixing across finite distances. *J. Atm. Sci.*, 41, 3351-3367.
- Stummel, F. und K. Hainer, 1971: *Praktische Mathematik*. B.G. Teubner, Stuttgart.
- Thompson, J.M.T. und H.B. Stewart, 1989: *Nonlinear Dynamics and Chaos*. John Wiley and Sons Ltd.
- Twomey, S.A., 1977: *Atmospheric Aerosols*. Elsevier, Amsterdam.
- Vinnikov, K.Ya., P. Ya. Groisman und K.M. Lugina, 1994: Global and hemispheric temperature anomalies from instrumental surface air temperature records. Seiten 615-627. In Boden, T.A., D.P. Kaiser, R.J. Sepanski und F.W. Stoss (eds.), *Trends '93: A Compendium of Data on Global Change*. ORNL/CDIAC-65. Carbon Dioxide Information Center, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tenn., U.S.A.
- Visser, H. und J. Molenaar, 1995: Trend Estimation and Regression Analysis in Climatological Time Series: An Application of Structural Time Series Models and the Kalman Filter. *Journal of Climate*, 8, 969-979.
- Volk, M., 1996: persönliche Mitteilung.
- Walter, A., 1996: Die Anwendungsmöglichkeiten selbstorganisierender neuronaler Netze in der Klimatologie am Beispiel globaler und hemisphärischer Temperaturzeitreihen. Diplomarbeit. Institut für Meteorologie und Geophysik, Universität Frankfurt.
- Warren, S.G. und S.H. Schneider, 1979: Seasonal Simulation as a Test for Uncertainties in the Parameterizations of a Budyko-Sellers Zonal Climate Model. *J. Atm. Sci.*, 36, 1377-1391.
- Watson, A.J. und J.E. Lovelock, 1983: Biological homeostasis of the global environment: the parable of Daisyworld. *Tellus*, 35, 285-288.
- Watson, R.T., H. Rodhe, H. Oeschger und U. Siegenthaler, 1990: Greenhouse Gases and Aerosols. In: Houghton, J.T., G.J. Jenkins und J.J. Ephraums (eds.), 1990: *Climate Change, The IPCC Scientific Assessment*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Watts, R.G. und M. Morantine, 1990: Rapid Climatic Change and the Deep Ocean. *Climatic Change*, 16, 83-97.
- Webb, M.J., A. Sligo und G.L. Stephens, 1993: Seasonal variations of the clear-sky greenhouse effect: the role of changes in atmospheric temperatures and humidities. *Climate Dynamics*, 9, 117-129.
- Welander, P., 1991: On the ocean heat engine, stiffness of chaotic systems and climate prediction. *Tellus*, 43 AB, 116-120.
- Wetherald, R.T. und S. Manabe, 1988: Cloud feedback processes in a general circulation model. *J. Atmos. Sci.*, 45, 1397-1415.
- Wigley, T.M.L., 1987: Radiative contribution of different trace gases to the Greenhouse Effect. *Climate Monitor*, 16, 14-28.
- Wigley, T.M.L., 1991: Could reducing fossil-fuel emissions cause global warming?. *Nature*, 349, 503-506.

- Wigley, T.M.L. und M.E. Schlesinger, 1985: Analytical solution for the effect of increasing CO₂ on global mean temperature. *Nature*, 315, 649-652.
- Wigley, T.M.L. und S.C.B. Raper, 1990a: Natural variability of the climate system and detection of the greenhouse effect. *Nature*, 344, 324-327.
- Wigley, T.M.L. und S.C.B. Raper, 1990b: Climatic Change due to Solar Irradiance Changes. *Geoph. Research Let.*, 17, 2169-2172.
- Wigley, T.M.L. und T.B. Barnett, 1990: Detection of the Greenhouse Effect in Observations. In Houghton, J.T., G.J. Jenkins und J.J. Ephraums (eds.) 1990: *Climate Change. The IPCC Scientific Assessment*. Cambridge University Press, 239-255.
- Wigley, T.M.L. und S.C.B. Raper, 1991: Detection of the Enhanced Greenhouse Effect on Climate. In: *Climate Change: Science, Impacts and Policy*, edited by J. Jäger and H. L. Ferguson.
- Wilson, H. und J. Hansen, 1994: Global and hemispheric temperature anomalies from instrumental surface air temperature records. Seiten 609-614. In Boden, T.A., D.P. Kaiser, R.J. Sepanski und F.W. Stoss (eds.), *Trends '93: A Compendium of Data on Global Change*. ORNL/CDIAC-65. Carbon Dioxide Information Center, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tenn., U.S.A.

Anhang A

Ein bistabiles Modell mit additivem weißen Rauschen

Hier soll eine einfache Klimadynamik vorgestellt werden, die die drei wesentlichen Eigenschaften eines evolutionsfähigen Systems (s. Kap. 3.1.1) hat. Eine solche Klimadynamik muß mindestens zwei stabile stationäre Zustände besitzen und durch Rauschen angetrieben werden. Es wird von folgender nichtlinearer Klimagleichung ausgegangen:

$$c_k \frac{dT}{dt} = f(T) = Q(1 - \alpha(T)) - \varepsilon \sigma T^4, \quad (\text{A.1})$$

mit

c_k = Wärmekapazität des Klimas

T = Klimatemperatur

t = Zeit

Q = Strahlungsangebot

α = Albedo

ε = Emissivität

σ = Stefan-Boltzmann Konstante.

Für die Albedo α wird der Ansatz von Warren und Schneider (1979) verwendet:

$$\alpha(T) = \alpha_0 - \alpha_1 \tanh[a(T - T^*)], \quad (\text{A.2})$$

mit

$\alpha_0 = .42$

$\alpha_1 = .2$

$a = .052 K^{-1}$

$T^* = 276.15 \text{ K}$.

Das System ist ein Potentialsystem und man erhält für das Potential $\varphi = \varphi_0 - \int f(T) dT$:

$$\varphi = \varphi_0 - \frac{Q}{c_k} (1 - \alpha_0) T + \frac{Q \alpha_1}{c_k a} \ln \{ \cosh[a(T - T^*)] \} + \frac{\varepsilon \sigma}{5 c_k} T^5. \quad (\text{A.3})$$

Für die vorgegebenen Parameterwerte hat dieses Potential zwei Minima, die durch ein lokales Maximum voneinander getrennt sind. Die Minima entsprechen den stabilen stationären Zuständen. Sie liegen bei 252.9 K und 288.8 K. Der erste Wert entspricht einer

total vereisten Erde, während der zweite Wert etwa der beobachteten Mitteltemperatur entspricht.

Das Maximum bei 276.8 K stellt einen Repellor (instabiler stationärer Zustand) dar. Durch zufällige Störungen wird nun das System, das sich in einem der attraktiven Zustände befindet, aus diesem ausgelenkt werden. Falls dabei der Repellor überschritten wird, befindet sich das System im Einzugsgebiet (Bassin) des anderen Attraktors und wird von diesem angezogen. Für ein solches System können nur noch Wahrscheinlichkeitsaussagen darüber gemacht werden, wo das System anzutreffen ist. Das System vergißt seinen Anfangszustand mit fortschreitender Zeit. Man kann nun die Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte, d.h. die Wahrscheinlichkeit dafür, das System in einem bestimmten Zustandsintervall zu finden, berechnen. Dazu stört man die Differentialgleichung (A.1) durch ein additives Gaußsches weißes Rauschen η mit der Standardabweichung Σ und erhält die folgende Gleichung:

$$c_k \frac{dT}{dt} = Q(1 - \alpha(T)) - \varepsilon \sigma T^4 + \Sigma \eta. \quad (\text{A.4})$$

Differentialgleichungen dieser Art, d.h. mit Rauschantrieb werden Langevin-Gleichungen genannt. Man kann zeigen, daß jeder Langevin-Gleichung eine partielle Differentialgleichung für die zeitliche Entwicklung der Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte $p(x, t)$ des Systems zugeordnet werden kann (s. z.B. Haken, 1990). Diese Gleichung wird Fokker-Planck-Gleichung genannt. Aus einer eindimensionalen Langevin-Gleichung der Art

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + \Sigma \eta \quad (\text{A.5})$$

folgt für $p(x, t)$ die Fokker-Planck-Gleichung

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} (f(x) p(x, t)) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial x^2} \Sigma^2. \quad (\text{A.6})$$

Dabei stellt der erste Term auf der rechten Seite die Divergenz eines von der Dynamik hervorgerufenen advektiven Flusses J_a von $p(x, t)$ dar, während der zweite Term die Divergenz eines diffusiven Flusses J_d im Zustandsraum ist, der auf dem Zufallsantrieb beruht. Faßt man beide Flüsse zusammen, so folgt die Fokker-Planck-Gleichung in der Form

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(f(x) p(x, t) - \frac{1}{2} \frac{\partial p(x, t)}{\partial x} \Sigma^2 \right) = 0. \quad (\text{A.7})$$

Für die stationäre Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte $p_{stat}(x)$ gilt

$$\frac{\partial p_{stat}(x)}{\partial t} = 0. \quad (\text{A.8})$$

Dann muß die Divergenz des Gesamtflusses $J = J_a + J_d$ bei p_{stat} null sein und der Gesamtfluß damit konstant. Unter der Annahme $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} p_{stat} = 0$, d.h., daß das System die Zustände $x = \pm\infty$ nicht annimmt, wird der Gesamtfluß gleich null. Somit folgt für p_{stat}

$$\frac{1}{2} \frac{dp_{stat}(x)}{dx} \Sigma^2 = f(x) p_{stat}(x). \quad (\text{A.9})$$

Die Integration dieser Gleichung führt zur stationären Dichte

$$p_{stat}(x) = C \exp\left(\frac{2}{\Sigma^2} \int_{x_0}^x f(x') dx'\right). \quad (\text{A.10})$$

Das Integral in der Exponentialfunktion ist bis auf einen konstanten Term, der aber in die Integrationskonstante C gezogen werden kann, das Negative des Potentials. Demnach folgt für ein Potentialsystem die stationäre Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte aus der Kenntnis des Potentials φ :

$$p_{stat}(x) = C \exp\left(\frac{-2\varphi}{\Sigma^2}\right) \quad (\text{A.11})$$

Somit folgt für das hier betrachtete Klimasystem

$$p_{stat}(T) = C \exp\{\gamma_1 T + \gamma_2 \ln\{\cosh[a(T - T^*)]\} + \gamma_3 T^5\} \quad (\text{A.12})$$

Mit den vorgegebenen Parameterwerten hat diese Gleichung 2 Maxima, die je nach Stärke des Rauschantriebs (Σ) mehr oder weniger scharf getrennt sind.

Man kann noch zahlreiche interessante Fragen an diesem Beispiel besprechen (z.B. das First-Passage-Problem, das den Erwartungswert für den Zeitpunkt des ersten Übergangs von einem Bassin in das andere angibt), was hier aber zu weit vom Thema wegführt. Im Zusammenhang mit Eiszeitzyklen ist die Reaktion solcher Systeme auf sinoidale Antriebe von besonderem Interesse. Für weitere Untersuchungen muß auf die Literatur verwiesen werden: Hasselmann, 1976; Frankignoul und Hasselmann, 1977; Lemke, 1977; Fraedrich, 1978; Nicolis C. und G. Nicolis, 1981; Nicolis C., 1982, 1984a, 1984b, 1987.

Anhang B

Einschallexperimentlösung der 2-Boxen-Approximation

Unter der Annahme $\dot{T}_a = 0$ gilt:

$$T_a = \frac{\lambda_{am}}{\lambda_{am} + \lambda} T_m + \frac{\lambda}{\lambda_{am} + \lambda} T_{Glg}, \quad (\text{B.1})$$

$$\dot{T}_m = a_{11} T_m + a_{12} T_o + s \Delta Q \quad (\text{B.2})$$

$$\dot{T}_o = a_{21} T_m + a_{22} T_o \quad (\text{B.3})$$

mit

$$a_{11} = -(\sigma + \gamma) \quad (\text{B.4})$$

$$a_{12} = \gamma \quad (\text{B.5})$$

$$a_{21} = \varepsilon \gamma \quad (\text{B.6})$$

$$a_{22} = -\varepsilon \gamma \quad (\text{B.7})$$

$$s = \frac{\sigma}{\lambda} \quad (\text{B.8})$$

und

$$\sigma = \frac{\lambda_{am} \lambda}{c_m (\lambda_{am} + \lambda)} \quad (\text{B.9})$$

$$\gamma = \frac{\lambda_{mo}}{c_m} \quad (\text{B.10})$$

$$\varepsilon = \frac{c_m}{c_o}. \quad (\text{B.11})$$

Daraus folgt der Temperaturverlauf von Atmosphäre und Mischungsschicht:

$$T_a(t) = T_{Glg} \left(1 - \frac{\lambda_{am}}{\lambda_{am} + \lambda} c_1 \exp\left(\frac{-t}{\tau_1}\right) - \frac{\lambda_{am}}{\lambda_{am} + \lambda} c_2 \exp\left(\frac{-t}{\tau_2}\right) \right) \quad (\text{B.12})$$

$$T_m(t) = T_{Glg} \left(1 - c_1 \exp\left(\frac{-t}{\tau_1}\right) - c_2 \exp\left(\frac{-t}{\tau_2}\right) \right) \quad (\text{B.13})$$

mit

$$\tau_1 = \left(\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \right)^{-1} \quad (\text{B.14})$$

$$\tau_2 = \left(\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \right)^{-1} \quad (\text{B.15})$$

$$p = -(a_{11} + a_{22}) \quad (\text{B.16})$$

$$q = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \quad (\text{B.17})$$

$$c_1 = b_1k_1 \quad (\text{B.18})$$

$$c_2 = b_2k_2 = 1 - c_1 \quad (\text{B.19})$$

$$b_1 = \frac{k_2 - 1}{k_1 - k_2} \quad (\text{B.20})$$

$$b_2 = \frac{1 - k_1}{k_1 - k_2} \quad (\text{B.21})$$

$$k_1 = \frac{-a_{12}}{a_{11} - \tau_1^{-1}} \quad (\text{B.22})$$

$$k_2 = \frac{-a_{12}}{a_{11} - \tau_2^{-1}}. \quad (\text{B.23})$$

Man könnte nun Glg. (B.12) numerisch an den Verlauf der Atmosphärentemperatur des GCM-Einschaltexperiments anpassen. Hier soll aber ein anderer Weg gewählt werden. Zunächst wird nicht der Verlauf der GCM-Atmosphärentemperatur selbst verwendet, sondern folgende Anpassung $T_H(t)$ von Hasselmann (1993):

$$T_H(t) = T_{Glg} \left(1 - h_1 \exp\left(\frac{-t}{\tau_1}\right) - h_2 \exp\left(\frac{-t}{\tau_2}\right) \right). \quad (\text{B.24})$$

Der mittlere quadratische Fehler dieser Anpassung beträgt $\varepsilon_{rms} = .02K$ und generiert sich ausschließlich aus den hochfrequenten Schwankungen im GCM-Temperaturverlauf. Es wird deswegen durch die Verwendung dieser Anpassung keine relevante Information verloren, aber der Vorteil erzielt, daß Glg. (B.12) nun an eine analytische Funktion angepaßt werden kann. Darüberhinaus kann man folgende Werte aus dieser Anpassung übernehmen:

$$T_{Glg} = 1.582K \quad (\text{B.25})$$

$$\tau_1 = 2.86a \quad (\text{B.26})$$

$$\tau_2 = 41.61a. \quad (\text{B.27})$$

Somit hat man als Zeitkonstante für die ozeanische Mischungsschicht 2.86 Jahre und für den tieferen Ozean 41.61 Jahre. Die Gleichgewichtstemperatur kann darüber hinaus noch nützlich sein, um die Klimasensitivität des Hamburger Modells (Version ECHAM/LSG) anzugeben. Dort wird eine sprunghafte $CO_{2,Äquiv.}$ -Erhöhung von 390 ppm auf 720 ppm verwendet. Verwendet man nun die Aussage von Wigley und Schlesinger (1985), daß bei $CO_{2,Äquiv.}$ Verdopplung eine Heizrate von $4.39W/m^2$ zu erwarten ist, so kann man leicht ausrechnen, daß das verwendete GCM eine Klimasensitivität von $2.44W/(m^2K)$ hat. Dies ist sehr nah bei dem im Rahmen dieser Arbeit bestimmten Wert von $2.4W/(m^2K)$ (s. Kap. 4.1.3). Es muß nun nur noch der Parameter c_1

angepaßt werden (der Parameter c_2 folgt dann aus B.19). Dies kann leicht analytisch durchgeführt werden. Für die mittlere quadratische Abweichung d_2 zwischen $T_a(t)$ und $T_H(t)$ im Zeitraum von t_1 bis t_2 gilt:

$$d_2(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} (T_a(t) - T_H(t))^2 dt. \quad (\text{B.28})$$

Die notwendige Bedingung für ein Minimum von d_2 ist:

$$\frac{\partial d_2}{\partial c_1} = 0. \quad (\text{B.29})$$

Diese Gleichung ist leicht analytisch lösbar. Die Lösung selbst ist aber eine Funktion des unbekanntem Parameters λ_{am} . Dieser muß vorgegeben werden.

Nun geht es darum, von T_{Glg} , c_1 , τ_1 und τ_2 auf ε , σ und γ zurückzuschließen. Aus den Gleichungen (B.4) bis (B.7), (B.16) und (B.17) folgt:

$$\sigma = \tau_2^{-1} + c_1(\tau_2^{-1} - \tau_1^{-1}) \quad (\text{B.30})$$

$$\varepsilon = \frac{q}{\sigma p - \sigma^2 - q} \quad (\text{B.31})$$

$$\gamma = \frac{q}{\varepsilon \sigma}, \quad (\text{B.32})$$

wobei p und q aus (B.14) und (B.15) folgen:

$$p = \tau_1^{-1} + \tau_2^{-1} \quad (\text{B.33})$$

$$q = \tau_1^{-1} \tau_2^{-1} \quad (\text{B.34})$$

Im letzten Schritt muß von λ , ε , σ und γ auf die physikalischen Parameter Ozeantiefe h_o , Mischungsschichttiefe h_m und den Wärmeaustauschkoeffizienten λ_{mo} geschlossen werden. Um von den Wärmekapazitäten auf deren Tiefen h zu schließen, wird die Wärmekapazität von Wasser $c^* = 4.19 * 10^6 J/(m^3 K) = .13286 \frac{W \text{ Jahr}}{m^3 K}$ verwendet.

Es stehen drei Gleichungen (B.9) - (B.11) für diesen Schritt zur Verfügung:

$$h_m = \frac{1}{\sigma c^* \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_{am}} \right)} \quad (\text{B.35})$$

$$h_o = \frac{h_m}{\varepsilon} \quad (\text{B.36})$$

$$\lambda_{mo} = \gamma c^* h_m. \quad (\text{B.37})$$

Um diese Prozedur anwenden zu können, muß (wie bereits erwähnt) λ_{am} vorgegeben werden. Man muß den Wert von λ_{am} deshalb aus anderen Betrachtungen schließen. Dickinson (1981) hat in seiner Arbeit einen Wert von $45 \frac{W}{m^2 K}$ vorgeschlagen. Haidvogel und Bryan (1992) geben eine typische Spanne von 20 bis $50 \frac{W}{m^2 K}$ an. Hier wird im Folgenden ein Ansatz von Harvey und Schneider (1985) aufgenommen und λ_{am} daraus abgeschätzt. Zunächst geht man davon aus, daß der Wärmefluß zwischen Atmosphäre und ozeanischer Mischungsschicht durch drei Flüsse geschieht. Diese Flüsse sind der Fluß langwelliger Strahlung F_{Rad} , der sensible Wärmefluß F_{Sen} und der latente Wärmefluß F_{Lat} . Hier muß man entsprechend dem Modell davon ausgehen, daß die Abweichungen

dieser Flüsse vom Gleichgewicht nur Funktionen der Differenz der Temperaturanomalien von Atmosphäre und ozeanischer Mischungsschicht sind. Dadurch kann man für die Wärmeflußanomalie schreiben:

$$\begin{aligned} F_{am} &= \Delta F_{Rad} + \Delta F_{Sen} + \Delta F_{Lat} \\ &= \frac{\partial F_{Rad}}{\partial \Delta T} \Delta T + \frac{\partial F_{Sen}}{\partial \Delta T} \Delta T + \frac{\partial F_{Lat}}{\partial \Delta T} \Delta T \\ &= \lambda_{Rad} \Delta T + \lambda_{Sen} \Delta T + \lambda_{Lat} \Delta T, \end{aligned} \quad (\text{B.38})$$

wobei $\Delta T = T_a - T_m$ die Differenz der Temperaturanomalien ist. Setzt man für den Fluß langwelliger Strahlung $F_{Rad} = \sigma(T_m^4 - T_a^4)$ (mit $\sigma =$ Stefan-Boltzmann-Konstante), so findet man im Grenzfall eines verschwindend kleinen ΔT :

$$\frac{\partial F_{Rad}}{\partial \Delta T} = 4\sigma T_a^3. \quad (\text{B.39})$$

Für $T_a = 288.15K$ folgt dafür ein Wert von ca. $5.5 \frac{W}{m^2K}$. Für den Fluß sensibler Wärme setzen Peixoto und Oort (1992) $F_{Sen} = -\rho c_p C_H |\mathbf{v}| \Delta T$ mit

ρ	= Luftdichte	=	1.225 kg/m^3
c_p	= spez. Wärme von Luft	=	$1004 \text{ Jkg}^{-1}K^{-1}$
C_H	= Austauschkoefizient	=	$.0013$
$ \mathbf{v} $	= Betrag der Horizontalwindgeschwindigkeit.		

Daraus folgt:

$$\frac{\partial F_{Sen}}{\partial \Delta T} = -\rho c_p C_H |\mathbf{v}|. \quad (\text{B.40})$$

Harvey und Schneider (1985) geben für $\frac{\partial F_{Sen}}{\partial \Delta T}$ einen Wert von $-12.57 \frac{W}{m^2K}$ an. Dieser Wert, der einer mittleren Windgeschwindigkeit von 7.86 m/s entspricht wird hier übernommen. Für den Fluß latenter Wärme wird wiederum ein Ansatz von Harvey und Schneider (1985) verwendet:

$$F_{Lat} = c_2(e_a - e_m). \quad (\text{B.41})$$

Dabei ist e_a der Wasserdampfdruck der bodennahen Atmosphäre, e_m der Sättigungsdampfdruck bei Mischungsschichttemperatur und $c_2 = 11.75 \frac{W}{m^2hPa}$ ein Proportionalitätsfaktor. Die Dampfdrücke können über die Magnusformel auf die Temperaturen zurückgeführt werden. Die Magnusformel ist eine Näherungslösung der Clausius-Clapeyron-Gleichung und kann z.B. bei Liljequist und Cehak (1979) nachgeschlagen werden. Unter der Annahme, daß in der Atmosphäre eine mittlere relative Feuchte von 71 % herrscht, folgt dann:

$$F_{Lat} = c_2 e_0 \left\{ .71 \exp \left[a \frac{T_a - T_0}{T_a} \right] - \exp \left[a \frac{T_m - T_0}{T_m} \right] \right\} \quad (\text{B.42})$$

mit

$$e_0 = 6.107hPa \quad (\text{B.43})$$

$$a = 19.84 \quad (\text{B.44})$$

$$T_0 = 273.15K \quad (\text{B.45})$$

Tabelle B.1: Abhängigkeit der verschiedenen physikalischen Parameter vom Wert von λ_{am} .

λ_{am}	$[\frac{W}{m^2K}]$	25	30	35
σ	$[Jahr^{-1}]$.2304	.2330	.2348
ε		.3414	.3447	.3471
γ	$[Jahr^{-1}]$.1068	.1047	.1031
h_m	$[m]$	100.0	100.9	101.6
h_o	$[m]$	292.77	292.75	292.73
λ_{mo}	$[\frac{W}{m^2K}]$	1.419	1.403	1.392

Setzt man nun $T_m = T_a + \Delta T$ und differenziert nach ΔT , so folgt:

$$\frac{\partial F_{Lat}}{\partial \Delta T} = -c_2 e_0 a \exp \left[a \frac{T_m - T_0}{T_m} \right] \frac{T_0}{T_m^2} \quad (B.46)$$

Wenn man nun für T_m in erster Näherung den Wert $288.55K$ einsetzt, erhält man $\frac{\partial F_{Lat}}{\partial \Delta T} = 13.46 \frac{W}{m^2K}$. Damit folgt als Abschätzung für λ_{am} der Wert $30 \frac{W}{m^2K}$.

Man ist nun in der Lage, die Anpassung durchzuführen und c_1 zu berechnen. Dabei zeigt sich, daß c_1 nur sehr schwach von der Wahl von λ_{am} abhängt. Man erhält

$$c_1 \left(\lambda_{am} = 25 \frac{W}{m^2K} \right) = .634 \quad (B.47)$$

$$c_1 \left(\lambda_{am} = 30 \frac{W}{m^2K} \right) = .642 \quad (B.48)$$

$$c_1 \left(\lambda_{am} = 35 \frac{W}{m^2K} \right) = .647. \quad (B.49)$$

Damit kann man die restlichen physikalischen Parameter berechnen. Um auch deren geringe Abhängigkeit von der Wahl von λ_{am} zu zeigen, sind in Tabelle B.1 wieder verschiedene Werte verwendet worden. Es zeigt sich, daß Ungenauigkeiten in der Bestimmung von λ_{am} von $\pm \frac{1}{6}$ zu Unschärfen von etwa einem Prozent in den anderen Parametern führen.

Anhang C

Quasistationäre Lösung des Diffusionsozeans

Betrachtet man eine prognostische Gleichung für die Atmosphärentemperatur T_a und eine prognostische Gleichung für die ozeanische Mischungsschichttemperatur T_m , so kann man unter den Annahmen von Kapitel 3 von folgendem Gleichungssystem ausgehen, das den Einfluß des tieferen Ozeans berücksichtigt:

$$\dot{T}_a = -\left(\frac{\lambda_{am} + \lambda}{c_a}\right) T_a + \frac{\lambda_{am}}{c_a} T_m + \frac{\Delta Q}{c_a} \quad (\text{C.1})$$

$$\dot{T}_m = \frac{\lambda_{am}}{c_m} T_a - \frac{\lambda_{am}}{c_m} T_m - \frac{\Delta F}{c_m}, \quad (\text{C.2})$$

wobei ΔF der diffusive Störfluß von Wärme in den tieferen Ozean darstellt. Vernachlässigt man die Dynamik der Atmosphäre, so erhält man:

$$T_a = \frac{\Delta Q}{\lambda_{am} + \lambda} + c_m \gamma T_m \quad (\text{C.3})$$

$$\dot{T}_m = \gamma \Delta Q - \gamma \lambda T_m - \frac{\Delta F}{c_m}, \quad (\text{C.4})$$

mit $\gamma = \frac{\lambda_{am}}{c_m(\lambda_{am} + \lambda)}$.

Für $\Delta F/c_m$ wird nun der von Wigley und Schlesinger (1985) vorgestellte Ansatz

$$\frac{\Delta F}{c_m} = \frac{\mu}{\sqrt{\tau_d} t} T_m \quad (\text{C.5})$$

verwendet. Dieser ist exakt für konstantes T_m , kann aber durch Anpassung der Konstanten μ auch in anderen Fällen verwendet werden (s. Wigley und Schlesinger, 1985). $\tau_d = \frac{\pi h_m^2}{\kappa}$ ist die charakteristische Diffusionszeit, h_m die Mischungsschichttiefe und κ die Wärmeleitfähigkeit des tieferen Ozeans. Setzt man Glg. (C.5) in Glg. (C.4) ein und setzt $\dot{T}_m = 0$ (daher der Name quasistatische Approximation), so erhält man für das Einschaltexperiment folgenden Verlauf von T_m :

$$T_m^e(t) = \frac{\Delta Q}{\lambda} * \left(\frac{\sqrt{t}}{\sqrt{t} + \frac{\mu}{\lambda \gamma \sqrt{\tau_d}}} \right). \quad (\text{C.6})$$

Setzt man nun Glg. (C.6) in Glg. (C.3) ein, so erhält man Glg. (3.37). Löst man andererseits Glg. (C.4) für das Einschaltexperiment exakt (wie es Wigley und Schlesinger (1985) taten), und setzt die so erhaltene Lösung in Glg. (C.3) ein, so erhält man Glg. (3.36). Man beachte, daß die hier vorgestellte Lösung wesentlich leichter zu handhaben ist, als die von Wigley und Schlesinger. Nun muß man die Frage stellen, warum bzw. unter welchen Bedingungen die wesentlich einfachere Lösung brauchbar ist. Dazu betrachtet man die folgende Störung der quasistationären Lösung

$$T_m = T_m^e + \delta T \quad (\text{C.7})$$

und setzt diese in Glg. (C.4) ein. Man erhält dann folgende Störgleichung:

$$\frac{d(\delta T)}{\delta T} = - \left(\gamma \lambda + \frac{\mu}{\sqrt{\tau_d t}} \right) dt. \quad (\text{C.8})$$

Diese Differentialgleichung mit getrennten Variablen hat folgende Lösung:

$$\delta T = \delta T_0 * \exp \left(\frac{-t}{\tau(t)} \right) \quad (\text{C.9})$$

mit $\tau(t) = \frac{\sqrt{t}}{\gamma \lambda \sqrt{t+2} \frac{\mu}{\sqrt{\tau_d}}}$.

Glg. (C.9) gibt an, wie schnell eine Störung der Lösung (C.6) relaxiert. τ nimmt Werte zwischen Null und $(\gamma \lambda)^{-1}$ an. Falls nun die Zeitskala der betrachteten Anregung deutlich größer ist als τ , kann die quasistatische Approximation erfolgreich verwendet werden. Für physikalisch sinnvoll gewählte Werte der Koeffizienten wird τ nicht größer als zwei Jahre, weshalb man die Approximation ab der Zeitskala von Dekaden anwenden kann.

Anhang D

Die Klimagleichung als ARMA-Prozeß

Für die Betrachtung von Gaußischem weißen Antrieb η ist es sinnvoll, Gleichung (4.37) nicht bezüglich der Gleichgewichtstemperatur, sondern des Antriebs zu formulieren. Sie nimmt dann folgende Form an:

$$\begin{aligned} T_n &= \alpha_1 T_{n-1} + \alpha_2 T_{n-2} \\ &+ \beta_0 \eta_n + \beta_1 \eta_{n-1} + \beta_2 \eta_{n-2}. \end{aligned} \quad (\text{D.1})$$

Dabei entsprechen die α_i den p_i und die β_i den q_i/λ aus Glg. (4.37).

Glg. (D.1) stellt einen autoregressiven Moving-Average Prozeß dar, dessen Stationarität, Autokovarianzfunktion und Spektrum analytisch angegeben werden kann. Dies geschieht in den folgenden Abschnitten. Zu diesem Zweck bietet sich eine alternative Formulierung an. Führt man den Backshift-Operator B mit der Wirkung $B X_n = X_{n-1}$ ein (s. Box und Jenkins, 1976), so kann man schreiben:

$$(1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2) T_n = (\beta_0 + \beta_1 B + \beta_2 B^2) \eta_n \quad (\text{D.2})$$

bzw.

$$\alpha(B) T_n = \beta(B) \eta_n. \quad (\text{D.3})$$

D.1 Stationarität und Resonanzfreiheit der 2-Boxen-Approximation

Der ARMA Prozeß (D.3) ist stationär, wenn alle Nullstellen des charakteristischen Polynoms $\alpha(z) = 0$ des autoregressiven Teils außerhalb des Einheitskreises liegen. $\alpha(z)$ ist das charakteristische Polynom von $\alpha(B)$, wobei z eine komplexe Zahl ist (s. Schlittgen und Streitberg, 1994). Für die Nullstellen gilt $z_{1/2} = -\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \pm \sqrt{\Delta}$, mit der Diskriminante $\Delta = \frac{\alpha_1^2}{4\alpha_2^2} + \frac{1}{\alpha_2}$. Falls die Diskriminante negativ ist, erzeugt der Prozeß zyklisches Verhalten (Resonanz). Mit den oben angegebenen Werten erhält man $\Delta = .038$ und $z_1 = 1.024$ und $z_2 = 1.414$. Damit reagiert die sukzessive Klimagleichung auf Gaußisches weißes Rauschen mit stationärem nicht zyklischem Verhalten und demnach unstrukturiert.

D.2 Autokovarianz- und Autokorrelationsfunktion

Die Autokovarianzfunktion γ_τ ist der Erwartungswert E des Produktes aus um τ verschobener und unverschobener Realisation des Prozesses:

$$\gamma_\tau = E(T_n T_{n-\tau}) \quad (\text{D.4})$$

mit $\gamma_{-\tau} = \gamma_\tau$.

Multipliziert man Glg. (D.2) mit $T_{n-\tau}$ durch und bildet den Erwartungswert, so erhält man:

$$\gamma_\tau - \alpha_1 \gamma_{\tau-1} - \alpha_2 \gamma_{\tau-2} = \beta_0 E(\eta_n T_{n-\tau}) + \beta_1 E(\eta_{n-1} T_{n-\tau}) + \beta_2 E(\eta_{n-2} T_{n-\tau}). \quad (\text{D.5})$$

Um die Erwartungswerte der rechten Seite dieser Gleichung berechnen zu können, muß $T_{n-\tau}$ durch $\sum c_u \eta_u$ ausgedrückt werden. Dazu muß der ARMA(2,2)-Prozeß in einen MA(∞)-Prozeß umgewandelt werden. Dies ist bei stationären ARMA-Prozessen immer möglich (s. Schlittgen und Streitberg, 1994). Der Ansatz

$$T_n = \frac{\beta(B)}{\alpha(B)} \eta_n = \sum_{u=0}^{\infty} c_u \eta_{n-u} \quad (\text{D.6})$$

führt über einen Koeffizientenvergleich zum Ziel. Es folgt:

$$\begin{aligned} c_0 &= \beta_0 \\ c_1 &= \beta_1 + \alpha_1 \beta_0 \\ c_2 &= \beta_2 + \alpha_1 \beta_1 + \alpha_1^2 \beta_0 + \alpha_2 \beta_0 \\ c_u &= \alpha_1 c_{u-1} + \alpha_2 c_{u-2}, \text{ für alle } u > 2. \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

Damit folgt für $E(\eta_{n-a} T_{n-\tau})$ mit $a \in \{0, 1, 2\}$ der Ausdruck

$$E(\eta_{n-a} T_{n-\tau}) = E\left(\sum_{u=0}^{\infty} c_u \eta_{n-a} \eta_{n-\tau-u}\right). \quad (\text{D.8})$$

Da Summation und Erwartungswertbildung vertauschbar sind, folgt daraus

$$E(\eta_{n-a} T_{n-\tau}) = \sum_{u=0}^{\infty} c_u E(\eta_{n-a} \eta_{n-\tau-u}). \quad (\text{D.9})$$

Nun ist Gaußsches weißes Rauschen δ -korreliert, so daß gilt

$$E(\eta_i \eta_j) = \sigma_\eta^2 \delta_{ij}, \quad (\text{D.10})$$

mit $\delta_{ij} = 1$ nur falls $i = j$ und sonst $\delta_{ij} = 0$. σ_η^2 ist die Varianz des Rauschens.

Daraus folgt

$$\begin{aligned} E(\eta_n T_{n-\tau}) &= \beta_0 c_{-\tau} \\ E(\eta_{n-1} T_{n-\tau}) &= \beta_1 c_{1-\tau} \\ E(\eta_{n-2} T_{n-\tau}) &= \beta_2 c_{2-\tau} \end{aligned} \quad (\text{D.11})$$

mit $c_i = 0$ für $i < 0$.

Man erhält somit ein geschlossenes lineares Gleichungssystem für die ersten drei Autokovarianzen. Alle weiteren Autokovarianzen können daraus rekursiv berechnet werden. Es ergibt sich:

$$\gamma_\tau - \alpha_1 \gamma_{\tau-1} - \alpha_2 \gamma_{\tau-2} = \begin{cases} \sigma_\eta^2 (\beta_0 c_{-\tau} + \beta_1 c_{1-\tau} + \beta_2 c_{2-\tau}), & \text{falls } \tau = 0, 1, 2 \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases} \quad (\text{D.12})$$

Die Autokorrelationsfunktion $\rho(\tau)$ ergibt sich durch $\rho(\tau) = \frac{\gamma_\tau}{\gamma_0}$. Für die Anwendung in Kap. 6 muß σ_η^2 aus γ_0 geschlossen werden. Dies ist mit Glg. (D.12) eindeutig möglich.

Anhang E

Koeffizienten des 5-Boxen-Modells

In Abschnitt 4.2.3 wurden zwei verschiedene Wege der Kalibrierung der 3-Boxen-Approximation des 5-Boxen-Modells beschrieben. Hier sollen nun die unterschiedlichen Zahlenwerte der Systemparameter als Folge der unterschiedlichen physikalischen Parameter dargestellt werden.

Fall 1) Im ersten Fall wurden folgende physikalischen Parameter vorgegeben:

$$\begin{aligned}\lambda_{nord} &= 2.5 \frac{W}{m^2 K} \\ \lambda_{süd} &= 2.3 \frac{W}{m^2 K} \\ \lambda_{am,nord} &= 35 \frac{W}{m^2 K} \\ \lambda_{am,süd} &= 35 \frac{W}{m^2 K} \\ c_{m,nord} &= 8.17 \frac{J}{m^2 K} \\ c_{m,süd} &= 10.86 \frac{J}{m^2 K} \\ h_{12} &= .45 \frac{W}{m^2 K} \\ h_{34} &= .26 \frac{W}{m^2 K}\end{aligned}$$

Daraus folgt für die Systemmatrizen:

$$\lambda = Km^2 \cdot \begin{pmatrix} .0411/W & .0006/W \\ .0006/W & .0322/W \\ .1075/J & .0016/J \\ .0016/J & .0840/J \end{pmatrix}$$
$$\tau = \begin{pmatrix} .879 & .017 & .000 \\ .013 & .912 & .000 \\ -.453/Jahr & .076/Jahr & .105/Jahr \\ .057/Jahr & -.359/Jahr & .105/Jahr \\ .016/Jahr & .021/Jahr & -.036/Jahr \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} .638 & .052 & .086 \\ .039 & .701 & .089 \\ .013 & .017 & .966 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B}_0 = \frac{Km^2}{W} \cdot \begin{pmatrix} .0465 & .0016 \\ .0015 & .0374 \\ .0003 & .0003 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B}_1 = \frac{Km^2}{W} \cdot \begin{pmatrix} .0401 & .0022 \\ .0021 & .0332 \\ .0005 & .0005 \end{pmatrix}$$

Für die drei charakteristischen Zeiten folgt:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= 2.05 \text{ Jahre} \\ \tau_2 &= 2.97 \text{ Jahre} \\ \tau_3 &= 42.05 \text{ Jahre} \end{aligned}$$

Fall 2) Im zweiten Fall werden folgende Werte vorgegeben:

$$\begin{aligned} \lambda_{nord} &= 2.5 \frac{W}{m^2 K} \\ \lambda_{süd} &= 2.3 \frac{W}{m^2 K} \\ \lambda_{am,nord} &= 26 \frac{W}{m^2 K} \\ \lambda_{am,süd} &= 50 \frac{W}{m^2 K} \\ c_{m,nord} &= 7.36 \frac{J}{m^2 K} \\ c_{m,süd} &= 11.94 \frac{J}{m^2 K} \\ h_{12} &= .5 \frac{W}{m^2 K} \\ h_{34} &= .0 \frac{W}{m^2 K} \end{aligned}$$

Daraus folgt für die Systemmatrizen:

$$\lambda = Km^2 \begin{pmatrix} .0530/W & .0006/W \\ .0006/W & .0231/W \\ .1143/J & .0013/J \\ .0021/J & .0783/J \end{pmatrix}$$

$$\tau = \begin{pmatrix} .841 & .025 & .000 \\ .010 & .936 & .000 \\ -.459/Jahr & .073/Jahr & .116/Jahr \\ .033/Jahr & -.313/Jahr & .095/Jahr \\ .016/Jahr & .021/Jahr & -.036/Jahr \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} .633 & .038 & .083 \\ .023 & .733 & .088 \\ .013 & .018 & .966 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B}_0 = \frac{Km^2}{W} \cdot \begin{pmatrix} .0505 & .0025 \\ .0009 & .0346 \\ .0003 & .0003 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B}_1 = \frac{Km^2}{W} \cdot \begin{pmatrix} .0434 & .0027 \\ .0013 & .0312 \\ .0005 & .0005 \end{pmatrix}$$

Für die drei charakteristischen Zeiten folgt:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= 2.12 \text{ Jahre} \\ \tau_2 &= 3.20 \text{ Jahre} \\ \tau_3 &= 42.11 \text{ Jahre} \end{aligned}$$